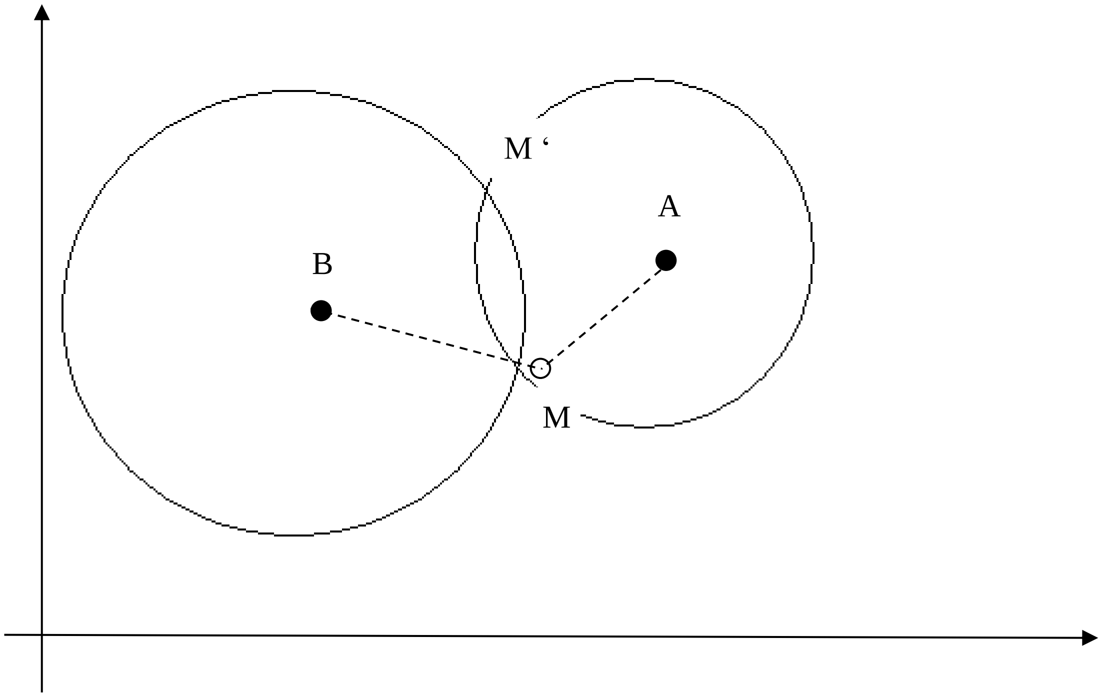
GPS - Global Positioning System
ადგილმდებარეობის გარკვევის (პოზიციონირების) გლობალური სისტემა

მარტივი შემთხვევა - პოზიციონირება სიბრტყეზე



A თანამგზავრის კოორდინატები (a_1,a_2),
B თანამგზავრის კოორდინატები (b_1,b_2),
M წერტილის უცნობი კოორდინატები (x, y),
t_A - A თანამგზავრიდან M წერტილამდე სიგნალის მოსვლის დრო,
$r_A = c \cdot t_A$ - A თანამგზავრიდან M წერტილამდე მანძილი,
t_B - B თანამგზავრიდან M წერტილამდე სიგნალის მოსვლის დრო,
$r_B = c \cdot t_B$ - B თანამგზავრიდან M წერტილამდე მანძილი.

$$\begin{cases}(x-a_1)^2+(y-a_2)^2=r_A^2\\(x-b_1)^2+(y-b_2)^2=r_B^2\end{cases}$$

მხოლოდ ამ ორი განტოლებისგან შემდგარი სისტემის ამონახსნი მოგვცემს ორ წერტილს - M-ს და M ’–ს.

თუ გვექნება t_c მონაცემი მესამე C თანამგზავრიდან, მაშინ შესაძლოა მოხერხდეს დავადგინოთ, რომელია ჩვენი ნამდვილი მდებარეობა, M თუ M ‘:

$$\begin{cases}(x-a_1)^2+(y-a_2)^2+(z-a_3)^2=r_A^2\\(x-b_1)^2+(y-b_2)^2+(z-b_3)^2=r_B^2\\(x-c_1)^2+(y-c_2)^2+(z-c_3)^2=r_C^2\end{cases}$$

ამოცანა 1. ვთქვათ ცნობილია, რომ A თანამგზავრის კოორდინატებია (1,0), B თანამგზავრის (0,1). ხოლო C თანამგზავრისა (0,0). მანძილი M წერტილიდან A თანამგზავრამდე არის 1, მანძილი M წერტილიდან B თანამგზავრამდე არის 1 და მანძილი M წერტილიდან C თანამგზავრამდე არის $\sqrt{2}$. იპოვეთ M წერტილის კოორდინატები.

ამოხსნა.

მოც.: $A = (1,0),\ B = (0,1),\ C = (0,0),\ d(M,A) = 1,\ d(M,B) = 1, d(M,C) = \sqrt{2}$.

A და B თანამგზავრების მონაცემებით:

$$\begin{cases}(x-1)^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y-1)^2 = 1\end{cases}\left|\begin{matrix}x^2 - 2x + 1 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - 2y + 1 = 1\end{matrix}\right|\begin{matrix}-2x + 2y = 0 \\ x^2 + y^2 - 2y + 1 = 1\end{matrix}\left|\begin{matrix}x = y \\ x^2 + y^2 - 2y = 0\end{matrix}\right.$$

$2x^2 - 2x = 0,\ x_1 = 0, x_2 = 1,\ (x_1 = 0, y_1 = 0),\ (x_2 = 1, y_2 = 1)$

ორი ამონახსნი $(x_1 = 0, y_1 = 0),\ (x_2 = 1, y_2 = 1)$.

მაგრამ პირველი ამონახსნი $(x_1 = 0, y_1 = 0)$ არ აკმაყოფილებს მესამე თანაგზავრის მონაცემს $x^2 + y^2 = 2$, მეორე ამონახსნი $(x_2 = 1, y_2 = 1)$ კი აკმაყოფილებს, ამიტომ M იმყოფება $(x_2 = 1, y_2 = 1)$ წერტილში.

ამოცანა 2. ვთქვათ ცნობილია, რომ A თანამგზავრის კოორდინატებია (2,0), B თანამგზავრის (0,2). ხოლო C თანამგზავრისა (0,0). მანძილი M წერტილიდან A თანამგზავრამდე არის 2, მანძილი M წერტილიდან B თანამგზავრამდე არის 2 და მანძილი M წერტილიდან C თანამგზავრამდე არის $\sqrt{8}$. იპოვეთ M წერტილის კოორდინატები.

ამოხსნა.

მოც.: $A = (2,0),\ B = (0,2),\ C = (0,0),\ d(M,A) = 2,\ d(M,B) = 2, d(M,C) = \sqrt{8}$.

A და B თანამგზავრების მონაცემებით:

$$\begin{cases}(x-2)^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + (y-2)^2 = 4\end{cases}\left|\begin{matrix}x^2 - 4x + 4 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 - 4y + 4 = 4\end{matrix}\right|\begin{matrix}-4x + 4y = 0 \\ x^2 + y^2 - 4y + 4 = 4\end{matrix}\left|\begin{matrix}x = y \\ x^2 + y^2 - 4y = 0\end{matrix}\right.$$

$2x^2 - 4x = 0,\ x_1 = 0, x_2 = 2,\ (x_1 = 0, y_1 = 0),\ (x_2 = 2, y_2 = 2)$

ორი ამონახსნი $(x_1 = 0, y_1 = 0),\ (x_2 = 2, y_2 = 2)$.

მაგრამ პირველი ამონახსნი $(x_1 = 0, y_1 = 0)$ არ აკმაყოფილებს მესამე თანაგზავრის მონაცემს $x^2 + y^2 = 8$, მეორე ამონახსნი $(x_2 = 2, y_2 = 2)$ კი აკმაყოფილებს, ამიტომ M იმყოფება $(x_2 = 2, y_2 = 2)$ წერტილში.

ამოცანა 3. ვთქვათ ცნობილია, რომ A თანამგზავრის კოორდინატებია (3,0), B თანამგზავრის (0,3). ხოლო C თანამგზავრისა (0,0). მანძილი M წერტილიდან A თანამგზავრამდე არის 3, მანძილი M წერტილიდან B თანამგზავრამდე არის 3 და მანძილი M წერტილიდან C თანამგზავრამდე არის $\sqrt{18}$. იპოვეთ M წერტილის კოორდინატები.

ამოხსნა.

მოც.: $A = (3,0),\ B = (0,3),\ C = (0,0),\ d(M, A) = 3,\ d(M, B) = 3, d(M, C) = \sqrt{18}.$
M იმყოფება $(x_2 = 3, y_2 = 3)$ წერტილში.

ამოცანა 4. ვთქვათ ცნობილია, რომ A თანამგზავრის კოორდინატებია (1,0), B თანამგზავრის (-1,0). ხოლო C თანამგზავრისა (0,2). მანძილი M წერტილიდან A თანამგზავრამდე არის $\sqrt{2}$, მანძილი M წერტილიდან B თანამგზავრამდე არის $\sqrt{2}$ და მანძილი M წერტილიდან C თანამგზავრამდე არის 1. იპოვეთ M წერტილის კოორდინატები.

ამოხსნა.
მოც.: $A = (1,0),\ B = (-1,0),\ C = (0,2),\ d(M, A) = \sqrt{2},\ d(M, B) = \sqrt{2},\ d(M, C) = 1.$
A და B თანამგზავრების მონაცემებით:

$$\begin{cases}(x-1)^2 + y^2 = 2 \\ (x+1)^2 + y^2 = 2\end{cases} \left| \begin{matrix} x^2 - 2x + 1 + y^2 = 2 \\ x^2 + 2x + 1 + y^2 = 2 \end{matrix} \right| \begin{matrix} -4x = 0 \\ x^2 + 2x + 1 + y^2 = 2 \end{matrix} \left| \begin{matrix} x = 0 \\ y^2 = 1 \end{matrix} \right.$$

ორი ამონახსნი $(x_1 = 0, y_1 = -1),\ (x_2 = 0, y_2 = 1).$
პირველი ამონახსნი $(x_1 = 0, y_1 = -1)$ არ აკმაყოფილებს მესამე თანამგზავრის მონაცემს $x^2 + (y-2)^2 = 1,$ მეორე ამონახსნი $(x_2 = 0, y_2 = 1)$ კი აკმაყოფილებს, ამიტომ M იმყოფებაა წერტილში $(x_2 = 0, y_2 = 1).$

ამოცანა 5. ვთქვათ ცნობილია, რომ A თანამგზავრის კოორდინატებია (1,0), B თანამგზავრის (-1,0). ხოლო C თანამგზავრისა (0,-2). მანძილი M წერტილიდან A თანამგზავრამდე არის $\sqrt{2}$, მანძილი M წერტილიდან B თანამგზავრამდე არის $\sqrt{2}$ და მანძილი M წერტილიდან C თანამგზავრამდე არის 1. იპოვეთ M წერტილის კოორდინატები.
ამოხსნა.
მოც.: $A = (1,0),\ B = (-1,0),\ C = (0,-2),\ d(M, A) = \sqrt{2},\ d(M, B) = \sqrt{2},\ d(M, C) = 1.$
M იმყოფებაა წერტილში $(x_2 = 0, y_2 = -1).$

დამატებითი ამოცანები

მოცანა 6. ვთქვათ ცნობილია, რომ A თანამგზავრის კოორდინატებია (1,0), B თანამგზავრის (0,2). ხოლო C თანამგზავრისა (0,0). მანძილი M წერტილიდან A თანამგზავრამდე არის 1, მანძილი M წერტილიდან B თანამგზავრამდე არის 2 და მანძილი M წერტილიდან C თანამგზავრამდე არის $\sqrt{2}$. იპოვეთ M წერტილის კოორდინატები.

ამოხსნა.
მოც.: $A = (1,0),\ B = (0,2),\ C = (0,0),\ d(M,A) = 1,\ d(M,B) = \sqrt{2},\ d(M,C) = \sqrt{2}.$
A და B თანამგზავრების მონაცემებით:

$$\begin{cases}(x-1)^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + (y-2)^2 = 2\end{cases} \left| \begin{matrix} x^2 - 2x + 1 + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 - 4y + 4 = 2 \end{matrix} \right| \begin{matrix} -2x + 4y - 3 = -1 \\ x^2 + y^2 - 4y + 4 = 2 \end{matrix} \left| \begin{matrix} x = 2y - 1 \\ x^2 + y^2 - 4y + 2 = 0 \end{matrix} \right.$$

$(2y-1)^2 + y^2 - 4y + 2 = 0,\ y_1 = \frac{3}{5}, y_2 = 1,\ \left(x_1 = \frac{1}{5}, y_1 = \frac{3}{5}\right),\ (x_2 = 1, y_2 = 1)$
ორი ამონახსნი $\left(x_1 = \frac{1}{5}, y_1 = \frac{3}{5}\right),\ (x_2 = 1, y_2 = 1)$.
მაგრამ პირველი ამონახსნი $\left(x_1 = \frac{1}{5}, y_1 = \frac{3}{5}\right)$ არ აკმაყოფილებს მესამე თანაგზავრის მონაცემს $x^2 + y^2 = 2$, მეორე ამონახსნი $(x_2 = 1, y_2 = 1)$ კი აკმაყოფილებს, ამიტომ M იმყოფება $(x_2 = 1, y_2 = 1)$ წერტილში.

ამოცანა 7. ვთქვათ ცნობილია, რომ A თანამგზავრის კოორდინატებია (1,0), B თანამგზავრის (-1,0). ხოლო C თანამგზავრისა (0,0). მანძილი M წერტილიდან A თანამგზავრამდე არის $\sqrt{2}$, მანძილი M წერტილიდან B თანამგზავრამდე არის $\sqrt{2}$ და მანძილი M წერტილიდან C თანამგზავრამდე არის 1. იპოვეთ M წერტილის კოორდინატები.

ამოხსნა.
მოც.: $A = (1,0),\ B = (-1,0),\ C = (0,0),\ d(M,A) = \sqrt{2},\ d(M,B) = \sqrt{2},\ d(M,C) = 1.$
A და B თანამგზავრების მონაცემებით:

$$\begin{cases}(x-1)^2 + y^2 = 2 \\ (x+1)^2 + y^2 = 2\end{cases} \left| \begin{matrix} x^2 - 2x + 1 + y^2 = 2 \\ x^2 + 2x + 1 + y^2 = 2 \end{matrix} \right| \begin{matrix} -4x = 0 \\ x^2 + 2x + 1 + y^2 = 2 \end{matrix} \left| \begin{matrix} x = 0 \\ y^2 = 1 \end{matrix} \right.$$

ორი ამონახსნი $(x_1 = 0, y_1 = -1),\ (x_2 = 0, y_2 = 1)$.
ორივე ამონახსნი აკმაყოფილებს მესამე თანამგზავრის მონაცემს $x^2 + y^2 = 1$, ამიტომ M -ის მდებარეობა მხოლოდ ამ სამი თანამგზავრის მონაცემით ვერ ირკვევა.

პოზიციონირება სივრცეში

სამგანზომილებიან შემთხვევაში წერტილს აქვს სამი კოორდინატი, ამიტომ საჭირო იქნება მონაცემები 4 ან მეტი თანამგზავრიდან.

პოზიციონირება საათის კორექციით

სინამდვილეში ამოცანა უფრო რთულია: თანამგზავრებზე ძვირადღირებული ზუსტი საათებია, კარგად სინქრონიზებული, ხოლო თქვენი GPS-ის საათი კი იაფია, არაზუსტი, რომლის ჩვენებაც განსხვავდება თანამგზავრის საათის ჩვენებისგან Δt დროით. ამგვარად შემოდის კიდევ ერთი, მეოთხე უცნობი Δt, ამიტომ აუცილებელი ხდება მონაცემი მე-5, მე-6, ... თანამგზავრიდანაც:

$$\begin{cases} \sqrt{(x-a_1)^2+(y-a_2)^2+(z-a_3)^2}+c\cdot\Delta t=r_A \\ \sqrt{(x-b_1)^2+(y-b_2)^2+(z-b_3)^2}+c\cdot\Delta t=r_B \\ \sqrt{(x-c_1)^2+(y-c_2)^2+(z-c_3)^2}+c\cdot\Delta t=r_C \\ \sqrt{(x-d_1)^2+(y-d_2)^2+(z-d_3)^2}+c\cdot\Delta t=r_D \\ \sqrt{(x-e_1)^2+(y-e_2)^2+(z-e_3)^2}+c\cdot\Delta t=r_E \end{cases}$$