

# Tsu andria razmaZis maTematikis institutis konferencia

2013 wl is 2 – 6 dekemberi

moxsenebaTa Tezi sebi

## ო. ძაგნიძე

### კვატერნიონული ფუნქციის H-წარმოებადობის შესახებ

კვატერნიონული ცვლადის კვატერნიონული ფუნქციისათვის შემოღებული მქონდა H-წარმოებულის ცნება.

ნამდვილი ცვლადის მიმართ კუთხური წარმოებულის გამოყენებით, რაც შემოვიღე 1993 წელს, მოცემული იქნება H-წარმოებულის არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები და ეს სრულად შეესატყვისება ერთი კომპლექსური ცვლადის კომპლექსური ფუნქციისათვის წარმოებულის არსებობის ძირითად თეორემას.

## ვ. კოკილაშვილი

### მრავალგანზომილებიანი ფურიეს ანალიზის ზოგიერთი ასპექტი

მოხსენებაში განხილული იქნება შემდეგი საკითხები:

ფურიეს ჯერადი ტრიგონომეტრიული მწკრივების პრინგსჰაიმის აზრით ნორმით კრებადობისა და შეჯამებადობის კრიტერიუმები ბანახის წონიან ფუნქციურ სივრცეებში;

ფურიეს ჯერადი ტრიგონომეტრიული მწკრივების სფერული აზრით კრებადობისა და რისის აზრით შეჯამებადობის საკითხები. სახელდობრ, ნაჩვენები იქნება, რომ არ არსებობს ისეთი ინტეგრებადი წონა, რომლისთვისაც ჯერადი ტრიგონომეტრიული სისტემა იქნება ბაზისის შესაბამის ლებეგის წონიან  $L_w^p$  ( $p \neq 2$ ) სივრცეში სფერული კრებადობის აზრით;

ფურიეს ჯერადი ტრიგონომეტრიული მწკრივების რისის სფერული საშუალოების მაჟორანტების ლებეგის წონიან სივრცეში შემოსაზღვრულობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა.

## ა. მესხი

### ცალმხრივი ოპერატორების ნორმების დაზუსტებული შეფასებების შესახებ

დადგენილია წონითი ფუნქციის მახასიათებლის საუკეთესო მაჩვენებელი ერთწონიან უტოლობაში ცალმხრივი მაქსიმალური და წილადური ოპერატორებისათვის. ნაშრომი შესრულებულია ვ. კოკილაშვილთან და მ. ა. ზაიგუმთან ერთად.

## შ. ტეტუნაშვილი

### ერთმაგი შერეული ფუნქციური მწკრივები და მრავალი ცვლადის უწყვეტ ფუნქციათა აპროქსიმაცია

შემოტანილია ერთმაგი შერეული ხარისხოვანი მწკრივის ცნება. განზოგადებულია სერპინსკის თეორემა უნივერსალური ხარისხოვანი მწკრივების შესახებ და ნაჩვენებია, რომ მრავალი ცვლადის ნებისმიერი უწყვეტი ფუნქცია შესაძლებელია წარმოდგენილი იქნეს ერთმაგი შერეული ხარისხოვანი მწკრივების საშუალებით.

## ა. პაჭკორია

### კოჰომოლოგია კოეფიციენტებით აბელის მონოიდებში

შემოღებულია ნახევრადმოდულების ჯაჭვური კომპლექსის ახალი კოჰომოლოგიის მონოიდები. შესწავლილია მათი თვისებები და მოცემულია გამოყენებები. დადგენილია, რომ ახალი კოჰომოლოგიის მონოიდები უფრო გამოთვლადია ვიდრე ადრე ცნობილი კოჰომოლოგიის მონოიდები.

## r. bancuri, n. Savi ayaZe

### el eqtrodrekadobis sasazRvro-sakontaqto amocana sasrul i CarTvis mqone piezoel eqtrul i sxedul isaTvis

ganixil eba meqanikuri da el eqtruul i vel ebis gansazRvris sasazRvro-sakontaqto amocana sasrul i CarTviT gamagrebul i piezoel eqtrul i sxedul isaTvis. anal izur funqciaTa Teoriis meTodebis gamoyenebiT miReba uZravi singul arobekis mqone singul arul i integro-diferencial uri gantol eba. integral uri gardaqmnis gamoyenebiT ki miRebul ia dasmul i amocanis zusti amoxsnebi.

### ვ. პაატაშვილი

## რიმან-ჰილბერტის ამოცანის ნეტერისეულობის კრიტერიუმი ცვლადმაჩვენებლიან სმირნოვის კლასებში უბან-უბან გლუვსაზღვრიან არეებში

ვთქვათ  $D$  არე შემოსაზღვრულია ჟორდანის, შეკრული უბან-უბან გლუვი წირით, რომლის კუთხური წერტილებია  $A_1, A_2, \dots, A_n$  და ამ წერტილებში  $D$  არის მიმართ შიგა კუთხეების სიდიდეები  $\pi v(A_k)$ ,  $0 \leq v(A_k) \leq 2$ ,  $k = \overline{1, n}$ .

დამტკიცებულია, რომ როცა  $p(z)$  ფუნქცია აკმაყოფილებს log-Holder პირობა, ხოლო  $a(z)$  არის  $\Gamma$ -ზე უწყვეტი ფუნქცია, მაშინ რიმან-ჰილბერტის ამოცანა

### ა. გაჩეჩილაძე

## მოდულირებული მონოტონურობის მეთოდი ელიფსურკვაზი ვარიაციულ უტოლობებში

ცალმხრივ და ორმხრივშეზღუდვებიანი ელიფსური ვარიაციული უტოლობებისთვის დამტკიცებულია  $\$Au\$$ -ს გარკვეული მონოტონურობის თვისებები, სადაც  $\$u\$$  უტოლობის ამონახსნია. მასზე დაყრდნობით აგებულია მონოტონურობის მეთოდი ელიფსურ კვაზი-ვარიაციულ უტოლობათა კლასისთვის, როცა წინაღობის ოპერატორი არ არის წერტილობრივ მონოტონური. ეს მეთოდი დემონსტრირებულია ერთი კვაზი-ვარიაციული უტოლობისთვის ორმხრივი შეზღუდვებით. ამ ამოცანისთვის დამტკიცებულია ამონახსნის ერთადერთობა და მდგრადობა. აგებულია ზრდადი და კლებადი იტერაციული პროცესები, დამტკიცებულია მათი კრებადობა და მოყვანილია ნაშთითი წევრის შეფასებები.

## The Modified Monotonicity Method for Elliptic Quasi-Variational Inequalities

We give some monotonicity properties of  $\$Au\$$  for the solutions  $\$u\$$  of elliptic variational inequalities with unilateral and bilateral restrictions. On this basis we construct the monotonicity method for a class of elliptic quasi-variational Inequalities, when the obstacle operators are not pointwise monotone. This method is demonstrated on one quasi-variational Inequality with two implicit obstacles. The unique solvability and stability of the solution is proved. The increasing and decreasing iteration processes are constructed, proved their convergence and the error terms are estimated.

## მ. ჯიბლაძე

### მორავას მეორე K-თეორიის „გლობალური“ ვერსიის ლოგარითმის მოდულარული თვისებები (ერთობლივი კვლევა მ. ბაკურაძესთან)

ჰონდას ერთი ზოგადი თეორემიდან გამომდინარეობს, რომ ნებისმიერი  $s$  -ისთვის ფორმალურ ჯგუფს ლოგარითმით

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{ns}}{n}$$

მთელრიცხოვანი კოეფიციენტები აქვს. ამ ფორმალური ჯგუფის  $\mathbb{P}$ -ტიპიზაციები თითოეული მარტივი  $p$  რიცხვისთვის იძლევიან მე- $s$ -ე მორავას K-თეორიებს. კერძოდ  $s = 2$  შემთხვევაში მიიღება ფორმალური ჯგუფი, რომელიც დაკავშირებული უნდა იყოს ელიფსურ წირებსა და მოდულარულ ფორმებთან.

მოხსენებაში მოყოლილი იქნება ამ კერძო შემთხვევაში მიღებული მწკრივის ზოგიერთი ღირშესანიშნავი თვისებების შესახებ, რომლებიც უკავშირდება ზაგირისა და ენდრუსის ბოლოდროინდელ აღმოჩენებს.

## დ. გაბელაია

### მოდალური სისტემები S4-ის თავზე - ტოპოლოგიური სისრულე (ერთობლივად გურამ ბეჟანიშვილთან და ჯოელ ლუსერო- ბრიანთან)

წარმოდგენილ შრომაში დახასიათებულია ის მოდალური სისტემები, რომლებიც წარმოიქმნებიან ნამდვილ რიცხვთა ღერძის, რაციონალურ რიცხვთა სივრცის და კანტორის სივრცის ჩაკეტვიანი ალგებრის ქვეალგებრებით. ანალოგიური შედეგები მიღებულია სუპერინტუიციონისტური ლოგიკის შემთხვევაშიც.

## ლ. ურიდია

### განსაზღვრებადობა იტერაციული მკაცრი დალაგებების მოდალურ ლოგიკაში

ჩვენ განვიხილავთ იტერაციული მკაცრი დალაგებების ლოგიკას ორი მოდალური ოპერატორით. ნაშრომში შესწავლილია განსაზღვრებადობის პრობლემები. ძირითადი შედეგი ამბობს, რომ იტერაციული მკაცრი დალაგებების კლასი არ არის მოდალურად განსაზღვრებადი სტანდარტულ ორ მოდალობიან ლოგიკებში.

## ბ. მაღრაძე

### QCD condensates from tau-lepton decay data: A dispersive framework

The tau-lepton decay data in the non-strange vector channel is analyzed using a dispersive approach to perturbative QCD. From the final ALEPH data on vector spectral functions, we have obtained reasonable values for the strong coupling constant and QCD condensates up to dimension  $d=16$ . The convergence of the operator product expansion is examined.

## დ. ზანგურაშვილი

### რეგულარული ეპიმორფიზმების ზოგიერთი კლასის მდგრადობის ზოგიერთი თვისება

მ. სობრალმა, ვ. ტოლენმა და ჯ. რეიტერმანმა 90-ანი წლების დასაწყისში უარყვეს აქამდე არსებული ჰიპოთეზა იმის შესახებ, რომ რეგულარული ეპიმორფიზმების კლასი მყარია ეფექტური დაწვევის მორფიზმების გასწვრივ პულბეკების მიმართ. ჩვენი ნაშრომის მიზანია შევისწავლოთ, კატეგორიაზე რა პირობების დროს აღნიშნულ ჰიპოთეზა სამართლიანია. კერძოდ, ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ მას აქვს ადგილი, თუ განსახილველი კატეგორია ადიციურია. პულბეკების, კოგანმატოლებლების და რეგულარული ეპი-მონო ფაქტორიზაციების მქონე ზოგადი კატეგორიის შემთხვევისთვის კი, ჩვენ შემოგვაქვს ე.წ. დაბალასებული მორფიზმის ცნება, და ვაჩვენებთ, რომ რეგულარული ეპიმორფიზმების კლასი მყარია დავალანსებული ეფექტური დაწვევის მორფიზმების გასწვრივ პულბეკების მიმართ. გარდა ამისა, ნაჩვენებია, რომ ეფექტური დაწვევის მორფიზმების კლასი მყარია ფუშაუტების მიმართ მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა კატეგორია არის თითქმის ზუსტი (ზარის აზრით), ხოლო დაწვევის მორფიზმების კლასი მყარია პუშაუტების მიმართ, მაშინ და მხოლოდ მაშინ როცა კატეგორია არის რეგულარული.

At the early 90's M. Sobral, W. Tholen, and J. Reiterman proved that the hypothesis that the class of regular epimorphisms is stable under pullback along effective descent morphisms is wrong. The aim of our work to find the conditions on a ground category providing the validity of the above-mentioned hypothesis. Namely, we show that this hypothesis is valid if the category is additive. As to the case of an arbitrary pointed category with pullbacks, coequalizers and regular epi-mono factorizations, we introduce the notion of a balanced morphism, and show that the class of regular epimorphisms is stable under pullbacks along balanced effective descent morphisms. Moreover, we show that the class of effective morphisms is stable under pushouts if and only if the category is almost Barr exact, while the class of descent morphisms is stable under pushout if and only if the category is regular.

## ა. ელაშვილი, მ. ჯიბლაძე ფრობენიუსის ლის ალგებრების შესახებ

სასრულგანზომილებიანი ლის ალგებრა  $L$ -ისა და მასზე მოცემული წრფივი ფორმა  $f$ -ის განვიხილოთ ბიწრფივი ირიბსიმეტრიული ფორმა  $B_f(x,y)=f([x,y])$ . თუ არსებობს ისეთი  $f$ , რომ  $B_f$  გადაუგვარებელია, მაშინ  $L$ -ს ეწოდება ფრობენიუსის ლის ალგებრა.

მოხსენებაში მოგიყვებით  $F(n)$  ფუნქციის გამოთვლის შესახებ, რომელიც განისაზღვრება, როგორც სრულ წრფივ ლის ალგებრა  $sl(n)$ -ში (ე. ი. უკვლო  $n$  რიგის მატრიცთა ლის ალგებრაში) ბიპარაბოლურ ქვეალგებრებს შორის ფრობენიუსის ლის ალგებრათა რაოდენობა.

## ნ. ფარცვანია კნეზერის ამოცანა მეორე რიგის არაწრფივი სინგულარული დიფერენციალური განტოლებებისათვის

განხილულია მეორე რიგის არაწრფივი დიფერენციალური განტოლება

$$u'' = f(t, u, u') \quad (1)$$

კნეზერის პირობებით

$$u(a) = r, \quad u(t) > 0, \quad u'(t) < 0, \quad \text{როცა } t > 0, \quad (2)$$

სადაც  $f : ]0, +\infty[ \times ]0, +\infty[ \times ]-\infty, 0[ \rightarrow ]0, +\infty[$  არის უწყვეტი ფუნქცია სინგულარობებით როგორც დროითი, ისე ფაზური ცვლადების მიმართ, ხოლო  $r$  დადებითი მუდმივია.

დადგენილია (1),(2) ამოცანის ამოხსნადობის ოპტიმალური საკმარისი პირობები. აგრეთვე ნაპოვნია პირობები, როცა (1) განტოლებას გააჩნია უსასრულობაში ქრობადი კნეზერული ამონახსნი.

დაფინანსებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მიერ (პროექტი # FR/317/5-101/12).

## ი. კილურაძე

### კომის ამოცანა ფაზური ცვლადების მიმართ სინგულარული არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებებისთვის

განხილულია ამოცანა

$$\begin{aligned}u^{(n)} &= f(t, u, \dots, u^{(n-1)}), \\u^{(i-1)}(a) &= 0 \quad (i = 1, \dots, n),\end{aligned}$$

სადაც  $f$  არის

$$D = \{(t, x_1, \dots, x_n) : a < t < b, x_1 > 0, \dots, x_n > 0\}$$

არეში განსაზღვრული უწყვეტი არაუარყოფითი ფუნქცია.

დადგენილია აღნიშნული ამოცანის ამოხსნადობის ოპტიმალური საკმარისი პირობები იმ შემთხვევაში, როცა

$$\limsup_{x_1 + \dots + x_n \rightarrow 0} f(t, x_1, \dots, x_n) = +\infty.$$

დაფინანსებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მიერ (პროექტი # FR/317/5-101/12).

## თ. ქაღვიშვილი

### წინააღმდეგობათა თეორიები ჰომოტოპიური ალგებრებისათვის

ჰომოტოპიური ალგებრები - ზოგადი სახელწოდებაა ისეთი ალგებრებისა, სადაც კლასიკური აქსიომები, მაგ. ასოციატურობა, კომუტატურობა, ჰოპფის პირობა, იაკობის პირობა, დარღვეულია, სრულდება არა ზუსტად, მაგრამ ეს დარღვევა გაზომილია ჰომოტოპიის სიზუსტით გარკვეული მაღალი რიგის ალგებრული ოპერაციების მეშვეობით. უკვე კლასიკურად იქცა ცნებები  $A_\infty$  (დარღვეული ასოციატურობა),  $B_\infty$  (დარღვეული ასოციატურობა და კომუტატურობა),  $C_\infty$  (ზუსტი კომუტატურობა დარღვეული ასოციატურობით),  $L_\infty$  (ლის ალგებრა დარღვეული იაკობის პირობით) ალგებრებისა. თითოეული ეს ალგებრა, კლასიკურ ბინარულ ოპერაციებთან ერთად, მოიცავს გარკვეულ მაღალი რიგის მულტიწრფივ ოპერაციათა იერარქიებს.

ავტორის მინიმალობის თეორემის თანახმად ასეთი სრულტურები ჩნდება სხვადასხვა ტიპის დიფერენციალური ობიექტების ჰომოლოგიებში.

ბოლო ათწლეულებში ასეთ ჰომოტოპიური ალგებრებს გამოუჩნდა მრავალგვარი გამოყენებები მათემატიკისა და ფიზიკის სხვადასხვა ამოცანებში. მაგალითად კოჰომოლოგიის  $A_\infty$  ალგებრა განსაზღვრავს მარყუჟთა სივრცის კოჰომოლოგიებს, რაციონალური კოჰომოლოგიის  $C_\infty$  ალგებრა განსაზღვრავს რაციონალურ

ჰომოტოპიურ ტიპს,  $A_\infty$  და  $L_\infty$  ალგებრების ტერმინებში ყალიბდება ე.წ. სარკული სიმეტრიის კრიტერიუმი - როდის განსაზღვრავენ დამატებითი განზომილებების განმაპირობებელი კალაბი იაუს ორი მრავალწარობა ერთნაირ ფიზიკას სიმთა თეორიაში.

ამ გამოყენებათა თვალსაზრისით უაღრესად საუნტერესოა შემდეგი ამოცანები:

- გადაგვარების ამოცანა - როდისა არის ჰომოტოპიური ალგებრა ექვივალენტური ისეთის, სადღ მაღალი რიგის ოპერაციები ნულოვანია;
- გავრცელების ამოცანა - როდის არის ბინარული ოპერაცია ნაწილი სათანადო ჰომოტოპიური ალგებრის სტრუქტურისა;
- დეფორმაციის ამოცანა - როდის არის ორი ჰომოტოპიური ალგებრა ერთმანეთის ექვივალენტური.

ავტორის მიერ ადრე აგებული იყო წინააღმდეგობათა თეორიები ამ ამოცანებისათვის.  $A_\infty$  ალგებრების შემთხვევაში. ეს წინააღმდეგობები წარმოაგენენ ჰომოლოგიის კოჰომოლოგიის კლასებს.  $C_\infty$  ალგებრების შემთხვევაში წინააღმდეგობები მდებარეობენ ჰარისონის კოჰომოლოგიებში. ამჯერად მოგიტხოვრებთ წინააღმდეგობებზე  $L_\infty$  ალგებრებისათვის რომლებიც მდებარეობენ კოსულის კომპლექსის კოჰომოლოგიებში.

## ს. სანებლიძე

### დიფერენციალური აღრიცხვის ელემენტები მონიდურ კატეგორიაში

კატეგორიაში, რომლის ყოველ ობიექტზე მოცემულია გამრავლების ოპერაცია და ასევე არსებობს ორი ობიექტის ნამრავლი, განმარტებულია დიფერენცირების ცნება მორფიზმთა ოჯახის მიმართ, რომელსაც აქვს შემდეგი ორი ძირითადი თვისება. ეს ცნება ჩაკეტილია: 1. ორი მორფიზმის კომპოზიციის მიმართ; 2. ორი მორფიზმის ნამრავლის მიმართ. განხილულია სათანადო მაგალითები.

## ა. ხარაზიშვილი

### ლუზინისა და სერპინსკის ერთი თეორემის შესახებ

დამოკიდებული ამორჩევის პრინციპიდან გამომდინარე, მოცემულია ლუზინისა და სერპინსკის ერთი თეორემის ლოგიკური ანალიზი. აღნიშნული თეორემის თანახმად, არსებობს ნამდვილი ღერძის დაშლა ლებეგის ზომის მიმართ მასიურ ქვესიმრავლეებად, რომელთა რაოდენობა კონტინუუმის სიმძლავრის ტოლია.



## ა. კირთაძე

### ნამდვილმნიშვნელობებიანი ფუნქციების ფარდობითად ზომადობა ზომათა გარკვეული კლასების მიმართ

განხილულია ზომათა გარკვეული კლასები და ნამდვილმნიშვნელობებიანი ფუნქციების ფარდობითად ზომადობა ამ კლასების მიმართ.

## ს. ხარიბეგაშვილი, ო. ჯოხაძე

### ტალღის განტოლებისათვის ხარისხოვანი არაწრფივობით ერთი სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნადობის შესახებ კუთხოვან არეებში

ანზომილებიანი ტალღის განტოლებისათვის ხარისხოვანი არაწრფივობით გამოკვლეულია კოში-დარბუს ტიპის ამოცანა კუთხოვან არეებში. შესწავლილია გლობალური ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის საკითხები. ამ ამოცანისათვის აგრეთვე განხილულია ლოკალური ამონახსნის არსებობისა და გლობალური ამონახსნის არარსებობის საკითხები.

The Cauchy-Darboux type problem for one dimensional wave equation with power nonlinearity in the angular domains is investigated. The questions on the existence and uniqueness of a global solution are studied. The questions on the existence of local solutions and absence of global solutions of this problem are considered also.

**R. Duduchava (with V. Didenko, University of Brunei Darussalam)**  
**Mellin convolution operators in the Bessel potential spaces**

რ. დუდუჩავა (ვ. დიდენკო, ბრუნეი, დარუსსალამის  
უნივერსიტეტი)  
მელინის კონვოლუციის ოპერატორები ბესელის პოტენციალთა  
სივრცეებში

The talk is devoted to Mellin convolution operators acting in Bessel potential spaces. The investigation is based upon two results. The first of them concern commutants of Wiener-Hopf operators and Bessel potential operators. It is discovered that in spite of the fact that all the operators involved are pseudodifferential, the respective commutants are not always compact. A criterion for compactness of such commutants is found. The second ingredient that facilitates the advertised investigation, are the results of one of the authors, R. Duduchava, from 1975-1987 years, concerning Banach algebra of operators, generated by Mellin convolution operators  $\mathfrak{M}_a^0$  and Fourier convolution operators  $W_a$  in the Lebesgue spaces with weight.

The results obtained are used to describe Fredholm properties of the Mellin operators mentioned. The results obtained can find various applications in boundary value problems for partial differential equations on domains with angular points.