

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის  
თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

ანდრია რაჭმაძის სახელობის  
მათემატიკის ინსტიტუტის

მიერ 2023 წელს გაწეული  
სამეცნიერო-კვლევითი საქმიანობის  
ანგარიში

ინსტიტუტის დირექტორი

ნინო ფარცვანია

ინსტიტუტის სამეცნიერო საბჭოს თავმჯდომარე

თორნიკე ქადეიშვილი

10 იანვარი, 2024 წელი

## შ ი ნ ა ა რ ს ი

ზოგადი ინფორმაცია ინსტიტუტის შესახებ .....	3
2023 წელს გამოქვეყნებული და გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები .....	3
საგრანტო პროექტები, რომლებიც 2023 წელს მუშავდებოდა ინსტიტუტში, ან ინსტიტუტის თანამშრომელთა მონაწილეობით .....	3
სამეცნიერო მივლინებები საზღვარგარეთ .....	3
ინსტიტუტის საგამომცემლო საქმიანობა .....	4
ინსტიტუტის მიერ ჩატარებული კონფერენციები .....	4
<b>განყოფილებათა ანგარიშები</b>	
მათემატიკური ანალიზის განყოფილება .....	5
დიფერენციალური გატოლებების განყოფილება .....	19
მათემატიკური ფიზიკის განყოფილება .....	27
დრეკადობის მათემატიკური თეორიის განყოფილება .....	39
გეომეტრია-ტოპოლოგიის განყოფილება .....	45
ალგებრის განყოფილება .....	50
მათემატიკური ლოგიკის განყოფილება .....	58
ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის განყოფილება .....	62
თეორიული ფიზიკის განყოფილება .....	69
<b>დანართები</b>	
დანართი 1 - გამოქვეყნებული და გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები .....	78
დანართი 2 - საგრანტო პროექტების ჩამონათვალი .....	84
დანართი 3 - საგამომცემლო საქმიანობა .....	86

## **ზოგადი ინფორმაცია ინსტიტუტის შესახებ**

ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტში არის 9 სამეცნიერო განყოფილება: ალგებრის, მათემატიკური ლოგიკის, გეომეტრია-ტოპოლოგიის, მათემატიკური ანალიზის, დიფერენციალური განტოლებების, მათემატიკური ფიზიკის, დრეკადობის მათემატიკური თეორიის, თეორიული ფიზიკის, ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის.

2023 წლის 31 დეკემბრის მონაცემებით ინსტიტუტში ირიცხება 57 მეცნიერი თანამშრომელი, მათ შორის, 29 ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი (მათგან 5 საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის აკადემიკოსი) და 26 ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი (აკადემიური დოქტორი).

## **2023 წელს გამოქვეყნებული და გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები (იხ. დანართი 1)**

2023 წელს გამოქვეყნდა ინსტიტუტის თანამშრომელთა 1 სახელმძღვანელო, 92 სტატია (12 - online), მათ შორის, 39 სტატია - იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში; გამოსაქვეყნებლად მიღებულია 12 სტატია (მათ შორის, 54 - იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში), გამოსაქვეყნებლად გადაეცა 12 სტატია (მათ შორის, 9 - იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში).

## **საგრანტო პროექტები, რომლებიც 2023 წელს მუშავდებოდა ინსტიტუტში, ან ინსტიტუტის თანამშრომელთა მონაწილეობით (იხ. დანართი 2)**

2023 წელს ინსტიტუტის თანამშრომლები მონაწილეობდნენ შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის 24 საგრანტო პროექტში და უცხოური ფონდებით დაფინანსებულ 4 საგრანტო პროექტში.

## **სამეცნიერო მივლინებები საზღვარგარეთ**

2023 წელს შედგა ინსტიტუტის თანამშრომელთა 27 სამეცნიერო მივლინება ერთობლივი სამეცნიერო კვლევების ჩასატარებლად, სემინარებზე და კონფერენციებზე მოხსენებების გასაკეთებლად და ლექციების წასაკითხად უცხოეთის სამეცნიერო ცენტრებში, კერძოდ, გრავიტაციული ფიზიკის მაქს პლანკის ინსტიტუტში (ქ. პოტსდამი, გერმანია), მაქს პლანკის ინსტიტუტში (ქ. ბონი, გერმანია), სანტიაგო დე კომპოსტელას უნივერსიტეტში (ესპანეთის სამეფო), კოიმბრას უნივერსიტეტის მათემატიკის ცენტრში (ქ. კოიმბრა, ესპანეთის სამეფო), პარიზ-საკლეს უნივერსიტეტში (ქ. პარიზი, საფრანგეთი), ნიუ-იორკის უნივერსიტეტის აბუ დაბის ფილიალში (არაბთა გაერთიანებული საემიროები), გენტის უნივერსიტეტში (ბელგია), ლესტერის უნივერსიტეტის გამოთვლებისა და მათემატიკურ მეცნიერებათა სკოლაში (ქ. ლესტერი, დიდი ბრიტანეთი), დუბნის ბირთვული კვლევის გაერთიანებული ინსტიტუტის ინფორმაციული ტექნოლოგიების ლაბორატორიაში (რუსეთის ფედერაცია), ჩეხეთის მეცნიერებათა აკადემიის

მათემატიკის ინსტიტუტის ბრნოს ფილიალში (ქ. ბრნო, ჩეხეთის რესპუბლიკა), იერუსალიმის ებრაული უნივერსიტეტის მათემატიკის ინსტიტუტში (ისრაელი), მათემატიკისა და მათემატიკური მოდელირების ინსტიტუტში (ალმა-ატა, ყაზახეთის რესპუბლიკა), ერევნის ფიზიკის ინსტიტუტში (ქ. ერევანი, სომხეთი), ქ. ცახკამორში (სომხეთი).

## ინსტიტუტის საგამომცემლო საქმიანობა (იხ. დანართი 3)

ინსტიტუტი გამოსცემს სამ საერთაშორისო ჟურნალს:

- საქართველოს მათემატიკური ჟურნალი (*Georgian Mathematical Journal*);
- ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომები (*Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute*);
- მემუარები დიფერენციალურ განტოლებებსა და მათემატიკურ ფიზიკაში (*Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics*).

გარდა ამისა, 2022 წლიდან ინსტიტუტი გამოსცემს "REPORTS OF QUALITDE" ([https://rmi.tsu.ge/eng/reports\\_of\\_QUALITDE.html](https://rmi.tsu.ge/eng/reports_of_QUALITDE.html)), რომელიც შეიცავს დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თეორიაში საერთაშორისო ვორკშოპის QUALITDE-ის მასალებს. 2023 წელს გამოიცა "REPORTS OF QUALITDE"-ის მეორე ტომი.

## ინსტიტუტის მიერ ჩატარებული კონფერენციები

- თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიძღვნილი აკადემიკოს ვიქტორ კუპრადის დაბადებიდან 120 წლისთავისადმი, თბილისი, 14 – 17 თებერვალი, 2023 წ. ([http://www.rmi.ge/geo/conf/RMI\\_program-2023.pdf](http://www.rmi.ge/geo/conf/RMI_program-2023.pdf));
- საერთაშორისო ვორკშოპი დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თეორიაში – QUALITDE-2023, მიძღვნილი აკადემიკოს ვიქტორ კუპრადის დაბადებიდან 120 წლისთავისადმი, თბილისი, 9-11 დეკემბერი, 2023 წ. (<https://rmi.tsu.ge/eng/QUALITDE-2023/workshop-2023.htm>).
- VII ვორკშოპი დისკრეტულ მათემატიკაში, თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, 23 დეკემბერი, 2023 წ. ([http://www.rmi.ge/eng/DM/Discrete\\_Mathematics.htm](http://www.rmi.ge/eng/DM/Discrete_Mathematics.htm)).
- ინსტიტუტის თანაორგანიზატორობით ჩატარდა საერთაშორისო სიმპოზიუმი TbiLLC 2023: Fourteenth International Tbilisi Symposium on Logic, Language and Computation (თელავი, 18-22 სექტემბერი, 2023) <https://events.ilc.uva.nl/Tbilisi/Tbilisi2023/>. გარდა ამისა, ამ სიმპოზიუმის სატელიტური საერთაშორისო ვორკშოპის DaLi: Dynamic Logic – New trends and applications (თბილისი, 15–16 სექტემბერი, 2023) ლოკალური ორგანიზატორი იყო მათემატიკური ლოგიკის განყოფილების უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი დ. გაბელაია <https://dali2023.compute.dtu.dk/>.

## მათემატიკური ანალიზის განყოფილება

**ალექსანდრე მესხი** (განყოფილების ხელმძღვანელი, მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), **ალექსანდრე ხარაზიშვილი** (უვადო მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), **ლაშა ეფრემიძე** (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), **ომარ ძაგნიძე** (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), **ალექსანდრე კირთაძე** (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), **შაქრო ტეტუნაშვილი** (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), **ეთერ გორდაძე** (მეცნიერი თანამშრომელი), **გიორგი იმერლიშვილი** (მეცნიერ თანამშრომელი), **ცირა ცანავა** (უფროსი ლაბორანტი).

1. სახელმწიფო ბიუჯეტის პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების ჩამონათვალი:

1) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. კვლევები აბსტრაქტულ ანალიზსა, მრავალგანზომილებიან და გამოყენებით ჰარმონიულ ანალიზში, მეტრიკულ სივრცეებზე განსაზღვრულ ახალ ფუნქციურ სივრცეებისა და ინტეგრალური გარდაქმნების თეორიაში. გამოყენებები კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებში; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: მათემატიკური ანალიზი; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები: 2019-2023

2) პროექტის შესრულებაში მონაწილე პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

**ალექსანდრე მესხი** (პროექტის ხელმძღვანელი), **ალექსანდრე ხარაზიშვილი** (მკვლევარი); **შაქრო ტეტუნაშვილი** (მკვლევარი); **ომარ ძაგნიძე** (მკვლევარი); **ლაშა ეფრემიძე** (მკვლევარი); **ალექსი კირთაძე** (მკვლევარი); **ეთერ გორდაძე** (მკვლევარი); **გიორგი იმერლიშვილი** (მკვლევარი).

2. პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების შესრულების შედეგები

2.2.

1) დასრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. კვლევები აბსტრაქტულ ანალიზსა, მრავალგანზომილებიან და გამოყენებით ჰარმონიულ ანალიზში, მეტრიკულ სივრცეებზე განსაზღვრულ ახალ ფუნქციურ სივრცეებისა და ინტეგრალური გარდაქმნების თეორიაში. გამოყენებები კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებში; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: მათემატიკური ანალიზი; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები: 2019-2023

2) პროექტის შესრულებაში მონაწილე პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

**ალექსანდრე მესხი** (პროექტის ხელმძღვანელი), **ალექსანდრე ხარაზიშვილი** (მკვლევარი); **შაქრო ტეტუნაშვილი** (მკვლევარი); **ომარ ძაგნიძე** (მკვლევარი); **ლაშა ეფრემიძე** (მკვლევარი); **ალექსი კირთაძე** (მკვლევარი); **ეთერ გორდაძე** (მკვლევარი); **გიორგი იმერლიშვილი** (მკვლევარი).

**დასრულებული კვლევითი პროექტის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. შემოღებულია ახალი არასტანდარტული ე. წ. გრანდირებული ფუნქციური სივრცეები (განზოგადებული გრანდირებული ცვლადმაჩვენებლიანი ლებეგის სივრცე, შერეულნორმიანი გრანდ ლებეგისა და ლორენცის სივრცეები). ეს სივრცეები გამოკვლეულია ჰარმონიული ანალიზის ფუნდამენტური დიფერენციალური და ინტეგრალური ოპერატორების შემოსაზღვრულობისა და კომპაქტურობის თვალსაზრისით. აღნიშნული სივრცეები და ინტეგრალური გარდაქმნები განსაზღვრულია რთულ

- გეომეტრიულ სტრუქტურებზე, სახელდობრ, კვანძოვანი სივრცეებზე. ახალი გრანდირებული ფუნქციური სივრცეების შემოღება და გამოკვლევა განპირობებული იყო იმ მოსაზრებით, რომ ისინი უკეთ არიან მორგებული გამოყენებისადმი, (მაგალითად, ფუნქციურ სივრცეთა ჩართვის თეორია, სობოლევის სივრცეთა თეორია, კერძოწარმოებულებიან არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა თეორია და ანალიზურ ფუნქციათა სასაზღვრო ამოცანები), ვიდრე მანამდე არსებული „გრანდ“ სივრცეები.
- გამოკვლეულია ექსტრაპოლაციის პრობლემა გრანდ ფუნქციურ წონიან სივრცეებში. ექსტრაპოლაციის თეორემების საფუძველზე დადგენილია მაქსიმალური ფუნქციების, კალდერონ-ზიგმუნდის სინგულარული ინტეგრალების, ოპერატორებისა და პოტენციალების შემოსაზღვრულობისა ზემოხსენებულ სივრცეებში. ზოგიერთი მიღებული შედეგი გამოყენებულია წყვეტილკოეფიციენტებიანი ელიფსური კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებების ამონახსენთა რეგულარობის შესასწავლად წონიან გრანდ მორის სივრცეებში.
  - შემოღებულია გრანდ ცვლადმაჩვენებლიანი მორის სივრცეები და გამოკვლეულია მათი თვისებები. აღნიშნულ სივრცეებში დადგენილია ჰარმონიული ანალიზის ოპერატორთა ასახვის თვისებები.
  - როგორც ცნობილია (იხ. მაგალითად, დ. ადამსის, ე. სოიერის, ვ. მაზიასა და ი. ვერბიტსკის ნაშრომები) ადამსის (ფროსტმანის) ტიპის პირობა  $V$  წონაზე აუცილებელია, მაგრამ არა საკმარისი რისის პოტენციალისათვის  $L^p \rightarrow L^q$  კვალის უტოლობის მართებულობისათვის. ჩვენს მიერ მიკვლეულია  $X$  სივრცე, უფრო ვიწრო, ვიდრე  $L^p$  სივრცეა ისეთი, რომ ადამსის (ფროსტმანის) ტიპის პირობა ერთდროულად აუცილებელია და საკმარისი  $X \rightarrow L^q$  კვალის უტოლობისათვის. კერძოდ ჩვენს მიერ დადგენილია, რომ ასეთი  $X$  სივრცეა ლორენცის  $L^{p,1}$  სივრცე;
  - ზომისა და ინტეგრალის თეორიაში კარგად ცნობილია ფუბინის თეორემა ჯერადი ინტეგრალების განმეორებითი ინტეგრალებით გამოთვლის შესახებ. ჩვენ ვვარაუდობთ, რომ ფუბინის ტიპის თეორემა მართებულია აგრეთვე პრინსჰაიმის აზრით კრებადი ჯერადი ფუნქციური მწკრივებისთვისაც  $\mathbb{R}^n$ -ერთადერთობის სისტემის მიმართ; ჩვენს მიერ დადგენილია ის სივრცე, რომლისთვისაც აუცილებელ და საკმარის პირობას წონაზე წილადური ინტეგრალის კვალის უტოლობის მართებულობისათვის წარმოადგენს ადამსის ტიპის პირობა დიაგონალურ შემთხვევაში.
  - დადგენილია ოლსენის უტოლობის ოპტიმალური ფორმა მრავლადწრფივი წილადური ინტეგრალური ოპერატორისათვის. როგორც შედეგი, დადგენილია აუცილებელი და საკმარისი პირობა წონაზე, რომლისთვისაც ადგილი აქვს კვალის უტოლობას მრავლადწრფივი რისის პოტენციალისათვის მორის სივრცეებში.
  - დამტკიცებულია  $\mathbb{R}^n$  ( $n \geq 3$ ) სივრცეებზე განსაზღვრული ლიტლვუდ-პელის იმ კვადრატული ფუნქციების შემოსაზღვრულობა გრანდ ლებეგის წონიან სივრცეებში, რომლებიც დაკავშირებულია შრედინგერის დიფერენციალური  $-\Delta + V$  ოპერატორთან სადაც  $\Delta$  ლაპლასიანია, ხოლო  $V$  პოტენციალი აკმაყოფილებს ჰელდერის შეზღუდვებულ უტოლობას  $n/2$ -ზე მეტი მაჩვენებლით. ზემოხსენებული წონიანი სივრცეები გაცილებით ზოგადია, ვიდრე სივრცეები მაკენჰაუპტის  $A_p$  წონებით.
  - გამოკვლეულია პუასონის განტოლების ამონახსნების რეგულარობის პრობლემა როცა განტოლების მარჯვენა მხარე მიეკუთვნება გრანდ ლორენცის წონიან სივრცეებს. დამტკიცებული რეგულარობის თეორემები ეყრდნობა მოცემული პროექტის ფარგლებში დადგენილ შედეგებს სინგულარული ინტეგრალური ოპერატორებისა და პოტენციალების შემოსაზღვრულობის შესახებ ზემოაღნიშნულ სივრცეებში.
  - ძლიერი მრავლადწრფივი მაქსიმალური და ცალმხრივი ოპერატორისათვის დადგენილია ასახვის თეორემები ლებეგის წონიან სივრცეებში.
  - დადგენილია, რომ მრავალგანზომილებიან შემთხვევაში (ტორზე), მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაციის თეორემებს შეიძლება მიეცეს სავესებით ცხადი სახე წრეწირზე სპექტრალური ფაქტორიზაციის არსებული ფორმულების გამოყენებით.
  - შემუშავებულია SA4 ვეილეტის კოეფიციენტის დიდი სიზუსტით აგების მეთოდი, მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაციის ჯანაშია-ლაგვილავას მეთოდის გამოყენებით.
  - გამოკვლეულია ლებეგის აზრით ზომად და თითქმის ყველგან სასრულ ფუნქციათა სისტემების მიმართ უნივერსალური მწკრივის არსებობის საკითხი. ლებეგის აზრით ზომად ფუნქციათა სისტემის მიმართ ფუნქციური მწკრივებისათვის დადგენილია ერთადერთობის თეორემები.
  - უსასრულოგანზომილებიან ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეში დადგენილია ინვარიანტული ზომების ძლიერი ერთადერთობის თვისება.

14. დადგენილია, რომ ნამდვილი ცვლადის ყოველი ნამდვილი ფუნქცია წარმოიადგინება პერიოდულ ფუნქციასა და სასრული ჯამების მიმდევრობის წერტილოვანი ზღვრის სახით (ამოსავალი ფუნქციის დესკრიფციული სტრუქტურის შენარჩუნებით). აგრეთვე გამოკვლეულია საკითხი, თუ რა შემთხვევებში წერტილოვანი კრებადობა შეიძლება გაძლიერებულ იქნეს ლოკალურად თანაბარ კრებადობამდე და თანაბარ კრებადობამდე.
15. ორი ცვლადის ფუნქციისათვის შემოტანილია ჰ. შვარცის მიხედვით დიფერენცირებადობა და სხვადასხვა გრადიენტი. დამტკიცებულია, რომ შვარცის მიხედვით დიფერენცირებადობისათვის აუცილებელი და საკმარისია შვარცის მიხედვით განზოგადებული კუთხური გრადიენტის არსებობა, რომლის კომპონენტები წარმოადგენენ შვარცის მიხედვით დიფერენციალის კოეფიციენტებს. დადგენილია, რომ შვარცის მიხედვით დიფერენცირებადობა იწვევს გლუვობას ისევე, როგორც ამას ადგილი აქვს ჩვეულებრივი დიფერენცირებადობისას.
16. მიღებულია წონიანი შეფასებები განზოგადებულ გრანდ ლებეგის სივრცეებში ფსევდოდიფერენციალური ოპერატორებისთვის ამპლიტუდებით, რომლებიც ზომადია გარკვეული ცვლადის მიმართ;
17. გამოკვლეულია: ა) კალდერონის სინგულარული ინტეგრალური ოპერატორის ასახვის თვისებები განზოგადებულ წონიან გრანდ ლებეგის სივრცეებში; ბ) კალდერონის სინგულარული ინტეგრალები გაწრფევად წირებზე და მათი შემოსაზღვრულობის საკითხები; გ) კალდერონის ჯერადი სინგულარული ინტეგრალები შერეულნორმიან გრანდ ლებეგის სივრცეებში; დ) კალდერონის ინტეგრალის შემოსაზღვრულობა გრანდ ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის სივრცეში, როცა მაჩვენებლის შესახებ ლოგარითმულ-ჰელდერისეული უწყვეტობა არ მოითხოვება;
18. დადგენილია წონითი შეფასებები ჰარმონიული ანალიზის ისეთი ოპერატორებისათვის, როგორიცაა: მაქსიმალური და სინგულარული ინტეგრალური ოპერატორები და მათი კომუტატორებისათვის გრანდ ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის სივრცეებში ხარისხოვანი წონებისათვის. სივრცეები და ოპერატორები განსაზღვრულია კვაზიმეტრიკულ ზომიან სივრცეებზე (ერთგვაროვანი ტიპის სივრცეებზე). მიღებული შედეგები გამოყენებულია წონითი უტოლობების დასადგენად ჰარმონიული ანალიზის ოპერატორებისათვის გრანდ ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის სივრცეებში, რომლებიც განსაზღვრულია გაწრფევად რეგულარულ წირებზე.
19. განხილულია ევკლიდური სივრცის უნიფორმული ქვესიმრავლეები და შესწავლილია მათი ყოფაქცევა ზომადობის (არაზომადობის) განზოგადებული კონცეფციის პოზიციიდან. კერძოდ, დამტკიცებულია, რომ ორი განზოგადებული არაზომადობის მქონე უნიფორმული სიმრავლის არსებობა კონტინუუმის ჰიპოთეზის ეკვივალენტურია.
20. შემოღებულია შვარცის გრადიენტები და დიფერენცირებადობა ორი ცვლადის ფუნქციისთვის. დადასტურებულია, რომ შვარცის დიფერენცირებადობისთვის აუცილებელი და საკმარისია განზოგადებული კუთხური შვარცის გრადიენტის არსებობა. დადგენილია ალტერნატიული აუცილებელი და საკმარისი პირობა და საკმარისი პირობა.
21. დადგენილია აუცილებელი, საკმარისი და აუცილებელი და საკმარისი პირობები ორი ცვლადის ფუნქციების სიგლუვისთვის. დამტკიცებულია რუბიო დე ფრანციას წონითი ექსტრაპოლაცია შერეულნორმიან ბანახის ფუნქციურ სივრცეებში, რომლების განსაზღვრულია კვაზიმეტრიკულ ზომიან სივრცეების ნამრავლებზე. როგორც კერძო შემთხვევა მიღებულია ექსტრაპოლაციის შედეგები შერეულნორმიან ლებეგის, ლორენცის, ორლიჩისა და გრანდ ლებეგის სივრცეებში. დადგენილია დაზუსტებული შეფასებები აღნიშნული ოპერატორების ნორმებისათვის; ბ) დადგენილია აუცილებელი და საკმარისი პირობა ანასახის ლებეგის სივრცის მაჩვენებლებზე, რომლისთვისაც ერთგვაროვანი ტიპის სივრცეზე განსაზღვრული წილადური ინტეგრალური ოპერატორი კომპაქტურია სივრციდან სივრცეში; გ) ნაშრომში დამტკიცებულია რუბიო დე ფრანსიას ექსტრაპოლაციის თეორემა განზოგადებულ წონიან მორის სივრცეებში მაკენჰაუპტის წონების პირობის ქვეშ. მიღებული შედეგი გამოყენებულია მეორე რიგის წყვეტილი კოეფიციენტებიანი კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური ჰანტოლების ამონახსნის რეგულარობის შესასწავლად აღნიშნულ სივრცეებში; დ) განხილულია ევკლიდური  $n$ -სივრცის წერტილთა გარკვეული ტიპის გაფერადება  $n+1$  ფერის მეშვეობით. დამტკიცებულია, რომ იმ ტოლფერდა  $n$ -სიმპლექსების რაოდენობა, რომლებიც ყველა ფერის მატარებელია, კონტინუუმის სიმძლავრის ტოლია; ე) დამტკიცებულია რუბიო დე ფრანსიას ექსტრაპოლაციის თეორემა წონიან გრანდ მორის სივრცეებში ისეთი წონებისთვისაც, რომლებიც მაკენჰაუპტის კლასის გარეთ არიან. მანამდე ცნობილი იყო ექსტრაპოლაცია წონიან გრანდ მორის სივრცეებში მაკენჰაუპტის პირობის ქვეშ. დადგენილია აუცილებელი პირობები გრანდ წონიან მორის სივრცეებში შემოსაზღვრულობისათვის ჰარდი-ლიტლვუდის მაქსიმალური ოპერატორებისა და ჰილბერტის გარდაქმნის შემთხვევისათვის. ოპერატორები და სივრცეები განსაზღვრულია კვაზი-მეტრიკულ ზომიან სივრცეებზე ზომაზე გაორმაგების პირობის ქვეშ

(ერთგვაროვანი ტიპის სივრცეები), თუმცა შედეგები ახალია ერთგვაროვანი ტიპის სივრცეების კერძო შემთხვევებისათვისაც; ვ) დამტკიცებულია ჰარდი-ლიტლვუდის, კალდერონ-ზიგმუნდისა და წილადური ინტეგრალური ოპერატორების შემოსაზღვრულობის შედეგი გრანდ ცვლადმაჩვენებლიან მორის სივრცეებში მაჩვენებელზე ლოგ-ჰელდერ უწყვეტობის პირობის ქვეშ. ამოცანები შესწავლილია სივრცეებისათვის და ოპერატორებისათვის, რომლებიც განსაზღვრულია კვაზი-მეტრიკულ ზომიან სივრცეებზე ზომაზე გაორმაგების პირობის ქვეშ (ერთგვაროვანი ტიპის სივრცეები). დადგენილია სობოლევის უტოლობა არაერთგვაროვან სივრცეებზე განსაზღვრული წილადური ინტეგრალისათვის. შედეგები ახალია ინტეგრალური ოპერატორებისათვის, რომლებიც განსაზღვრულია ერთგვაროვანი ტიპის სივრცეების კერძო შემთხვევებისათვისაც;

22. დამტკიცებულია სერპინსკი-ზიგმუნდის ტიპის ფუნქციების არსებობა ისეთი ტოპოლოგიური სივრცეებისათვის, რომელთა სიმძლავრეები ომეგა-ხარისხებს წარმოადგენენ. გამოკვლეულია ასეთი ფუნქციების კავშირები სივრცეების ე.წ. ბლამბერგის თვისებებთან;
23. ერთზე მეტ ხარისხში ჯამებადი ორი ცვლადის ფუნქციისთვის დამტკიცებულია: 1) ფურიეს განმეორებითი ორივე მწკრივის კრებადობა თითქმის ყველა წერტილზე ფუნქციის მნიშვნელობისკენ; 2) ასოცირებული ფურიეს ერთგანზომილებიანი ცვლადკოეფიციენტებიანი ორივე მწკრივის თითქმის ყველა წერტილზე კრებადობა ფუნქციის მნიშვნელობისკენ. ჯამებადი ორი ცვლადის ფუნქციისთვის დამტკიცებულია: 1) ფურიეს ორმაგი მწკრივის თითქმის ყველგან შეჯამებადობა რიმანის განმეორებითი და ორმაგი მეთოდებით ფუნქციის მნიშვნელობისკენ; 2) ფურიეს ასოცირებული ერთგანზომილებიანი ცვლადკოეფიციენტებიანი ორივე მწკრივის თითქმის ყველა წერტილზე შეჯამებადობა რიმანის მეთოდით ფუნქციის მნიშვნელობისკენ;
24. ჯანაშია-ლაგვილავას ალგორითმი გადატანილია მრავალგანზომილებიანი ტორისთვის. მოტანილია სრულყოფილი დამტკიცებები განზოგადოებული მეთოდისა, რომელმაც ასახვა პოვა წინა წელს მიღებულ აშშ პატენტში.
25. შემოღებულია გრანდ ცვლადმაჩვენებლიანი ჰაილამ-მორის სივრცეები და დადგენილია ჩართვის თეორემები ამ სივრცეებიდან ცვლადმაჩვენებლიან ჰელდერის სივრცეში მაჩვენებლებზე ლოგ-ჰელდერის პირობის ქვეშ. მიღებულია აგრეთვე წილადური ინტეგრალური ოპერატორის შემოსაზღვრულობა გრანდ ცვლადმაჩვენებლიან მორის სივრციდან ცვლადპარამეტრიან ჰელდერის სივრცეში. შედეგები მიღებულია კვაზიმეტრიკულ ზომიანი სივრცეების შემთხვევაში ზომაზე გაორმაგების პირობის ქვეშ, თუმცა ისინი ახალია ევკლიდეს სივრცეებისათვისაც. აღნიშნული შედეგების მიღება ეყრდნობა ინტეგრალურ ოპერატორთა რაოდენობრივ შეფასებებს დამტკიცებულია რელიხისა და ჰარდის უტოლობა ერთგვაროვან ჯგუფებზე განსაზღვრულ ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის სივრცეებში. აქამდე ცნობილი იყო რელიხის უტოლობა აღნიშნულ სივრცეებში, როცა ისინი განსაზღვრული იყო ნამდვილ ღერძზე. ამ შედეგის დამტკიცება ეყრდნობა წონით უტოლობებს ერთგვაროვან ჯგუფებზე განსაზღვრული რისის პოტენციალისათვის, რომლებიც ასევე დამტკიცებულია გრანტის ფარგლებში. ამ შედეგიდან გამომდინარეობს მრავალგანზომილებიანი რელიხისა და ჰარდის ტიპის უტოლობები მრავალგანზომილებიან ევკლიდეს სივრცეებში. დადგენილია ინტეგრალურ ოპერატორთა ნორმების შეფასებები ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის სივრცეებში, რომლებიც მნიშვნელოვანია ჩვენს მიერ მიღებულ რელიხისა და ჰარდის ტიპის შეფასებებში.
26. დადგენილია აუცილებელი და საკმარისი პირობები წონაზე, რომელთათვისაც ადგილი აქვს მრავალაღწერადი რიმან-ლიუვილის ოპერატორის შემოსაზღვრულობას უწონო ლებეგის სივრცეთა ნამრავლიდან წონიან ლებეგის სივრცეში.
27. შემოღებულია გრანდ ცვლადმაჩვენებლიანი ჰაილამ-მორის სივრცეები და დამტკიცებულია ჩართვის თეორემები ამ სივრცეებიდან ცვლადმაჩვენებლიან ჰელდერის სივრცეში მაჩვენებლებზე ლოგ-ჰელდერის პირობის ქვეშ. დამტკიცებულია აგრეთვე წილადური ინტეგრალური ოპერატორის შემოსაზღვრულობა გრანდ ცვლადმაჩვენებლიან მორის სივრციდან ცვლადპარამეტრიან ჰელდერის სივრცეში. შედეგები მიღებულია კვაზიმეტრიკულ ზომიანი სივრცეების შემთხვევაში ზომაზე გაორმაგების პირობის ქვეშ, თუმცა ისინი ახალია ევკლიდეს სივრცეებისათვისაც.
28. დამტკიცებულია რუბიო დე ფრანციას საინტერპოლაციო თეორემა გრანდ ფუნქციურ სივრცეებში შერეული ნორმებით, რომლებიც წარმოქმნილია ცვლადმაჩვენებლიანი ლებეგისა და კლასიკური წონიანი ლებეგის სივრცეებით. ამოცანა შესწავლილია დიაგონალურ და არადიაგონალურ შემთხვევებში. შედეგის სახით გამომდინარეობს ჰარმონიული ანალიზის ოპერატორთა შემოსაზღვრულობა აღნიშნულ სივრცეებში.
29. დადგენილია ორწონიანი გრანდ მორის სივრცის პრედულაური სივრცე და შესწავლილია მისი თვისებები. დამტკიცებულია კომპლექსური საინტერპოლაციო თეორემა ორწონიანი გრანდ მორის სივრცის



პრედულაურ სივრცეში. ეს უკანასკნელი წარმოადგენს მკვლევართა განსაკუთრებული ინტერესის სფეროს, ვინაიდან ცნობილია, რომ მორის სივრცეებს საზოგადოდ საინტერპოლაციო თვისებები არ გააჩნიათ. ამოცანები შესწავლილია კვაზიმეტრიკულ ზომიან სივრცეებზე განსაზღვრულ სივრცეებზე, თუმცა ისინი ახალია ევკლიდეს სივრცეებისთვისაც. მოყვანილია საინტერპოლაციო თეორემის ზოგიერთი გამოყენება ოპერატორთა თეორიაში.

30. მიღებულია ზოგადი ბორელის ზომის მიმართ განსაზღვრული ცალმხრივი პოტენციალების (რიმან-ლიუვილისა და ვეილის ინტეგრალური გარდაქმნები) შემოსაზღვრულობა ცალმხრივ ცენტრალურ მორის სივრცეებში. ანალოგიური ამოცანა შესწავლილია ქროზად ცენტრალურ მორის სივრცეებში.
31. დამტკიცებულია ორწონიანი შეფასებები ჯერადი წილადური ინტეგრალური ოპერატორისათვის შერეულნორმიან ლეზეგის სივრცეებში. როგორც კერძო შემთხვევა, მიღებულია იმ წონების სრული აღწერა (აუცილებელი და საკმარისი პირობები), რომელთათვისაც ადგილი აქვს კვალის უტოლობას ძლიერი მაქსიმალური ოპერატორისათვის აღნიშნულ სივრცეებში. დადგენილია აგრეთვე ფეფერმან-სტეინის ტიპის უტოლობა ძლიერი მაქსიმალური ოპერატორისათვის. მიღებულია აგრეთვე ერთწონიანი კრიტერიუმი ჯერადი რისის პოტენციალისათვის შერეულნორმიან ლეზეგის სივრცეებში.
32. ტრიგონომეტრიული მწკრივით ერთი ცვლადის ფუნქციის წარმოადგენის ბ. რიმანის თეორიისთვის ფუნდამენტური მნიშვნელობისაა შვარცის წარმოებული (1890 წ.), რომელიც წარმოადგენს ერთი ცვლადის ფუნქციის ჩვეულებრივი მეორე რიგის წარმოებულის განზოგადებას.
33. ახლახან აღნიშნულ ნაშრომში შვარცის წარმოებული განზოგადებულია ორი ცვლადის ფუნქციისთვის. სახელდობრ, ორი ცვლადის ფუნქციისთვის შემოტანილია შვარცის მიხედვით დიფერენცირებადობის ცნება და დიფერენციალი. შემოტანილია აგრეთვე შვარცის მიხედვით ჩვეულებრივი გრადიენტი, კუთხური გრადიენტი, ძლიერი გრადიენტი, განზოგადებული კუთხური გრადიენტი და განზოგადებული ძლიერი გრადიენტი.
34. დადგენილია, რომ შვარცის მიხედვით დიფერენცირებადობა ეკვივალენტურია შვარცის მიხედვით განზოგადებული კუთხური გრადიენტის არსებობის, რომლის კომპონენტები წარმოადგენენ შვარცის მიხედვით დიფერენციალის კოეფიციენტებს. დადგენილია, აგრეთვე, სხვა ფორმის აუცილებელი და საკმარისი პირობა და ერთიგ საკმარისი პირობა. დადგენილია, რომ ფუნქციის დიფერენცირებადობა შვარცის მიხედვით რომელიმე წერტილზე იწვევს იმავე ფუნქციის გლუვობას (რიმანის აზრით) იგივე წერტილზე.
35. ნაშრომში დადგენილია: ერთზე მეტ ხარისხში ჯამებადი ორი ცვლადის ფუნქციის ფურიეს განმეორებითი მწკრივების თითქმის ყველგან კრებადობა; ერთზე მეტ ხარისხში ჯამებადი ორი ცვლადის ფუნქციასთან ასოცირებული ფურიეს ერთგანზომილებიანი ორი მწკრივის თითქმის ყველგან კრებადობა; ორი ცვლადის ჯამებად ფუნქციასთან ასოცირებული ფურიეს ერთგანზომილებიანი ორი მწკრივის თითქმის ყველგან შეჯამებადობა  $R^2$  მეთოდით.
36. დამტკიცებულია რუბიო დე ფრანსიას ექსტრაპოლაციის თეორემა წონიან გრანდ მორის სივრცეებში ისეთი წონებისთვისაც, რომლებიც მაკენჰაუპტის კლასის მიღმაა. მანამდე ცნობილი იყო ექსტრაპოლაცია წონიან გრანდ მორის სივრცეებში მაკენჰაუპტის პირობის ქვეშ. დადგენილია აუცილებელი პირობები გრანდ წონიან მორის სივრცეებში შემოსაზღვრულობისათვის ჰარდი-ლიტლვუდის მაქსიმალური ოპერატორებისა და ჰილბერტის გარდაქმნის შემთხვევისათვის. ზოგადად ოპერატორები და სივრცეები განსაზღვრულია კვაზი-მეტრიკულ ზომიან სივრცეებზე ზომაზე გაორმაგების პირობის ქვეშ (ერთგვაროვანი ტიპის სივრცეები), თუმცა შედეგები ახალია ერთგვაროვანი ტიპის სივრცეების კერძო შემთხვევებისათვისაც.
37. დადგენილია აუცილებელი და საკმარისი პირობა ზომაზე, რომლებიც უზრუნველჰყოფს ზომის მიმართ განსაზღვრული მრავლადწრფივი წილადური ინტეგრალური ოპერატორის შემოსაზღვრულობას ნამრავლიან გრანდ ლეზეგის სივრციდან გრანდ ლეზეგის სივრცეში. აღნიშნული პირობა წარმოადგენს ზედა აღფორსის რეგულარობის პირობას. როგორც კერძო შედეგი, დამტკიცებულია, რომ მრავლადწრფივ სობოლევის უტოლობა აღნიშნული ოპერატორისა და სივრცეებისათვის ძალაშია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ზომა არის აღფორს 1- რეგულარული.
38. დამტკიცებულია წონითი ექსტრაპოლაციის თეორემა განზოგადებულ წონიან გრანდ მორის სივრცეებში. ამ შედეგიდან მიღებულია სინგულარული ინტეგრალური ოპერატორის კომუტატორების შემოსაზღვრულობა აღნიშნულ სივრცეებში. ეს უკანასკნელი შედეგი გამოყენებულია ელიფსური ტიპის კერძოწარმოებულაბიანი დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის რეგულარობის შესასწავლად განზოგადებულ წონიან გრანდ მორის სივრცეების ჩარჩოებში იმ შემთხვევაში, როცა კოეფიციენტები წარმოადგენენ წყვეტილ ფუნქციებს. ეს უკანასკნელი წარმოადგენს იმ შედეგის განზოგადებას, რომელსაც საფუძველი ჩაეყარა ფ. კიარენცას, მ. ფრასკასა და პ. ლონგოს 1991 წლის ცნობილ ნაშრომში.

39. შემოდებულია გრანდ ცვლადმაჩვენებლიანი მორის სივრცეები და შესწავლილია ჰარმონიული ანალიზის ოპერატორთა შემოსაზღვრულობა აღნიშნულ სივრცეებში. დებულებები დამტკიცებულია სივრცეებზე ლოგ-ჰელდერის პირობების ქვეშ. ძირითადი დებულებების მისაღებად ჯერ დადგენილია აღნიშნულ ოპერატორთა რაოდენობრივი ნორმითი შეფასებები. შედეგები მიღებულია კვაზიმეტრიკული ზომიან სივრცეებზე განსაზღვრული ოპერატორებისა და სივრცეებისათვის, თუმცა ისინი ახალია ევკლიდეს სივრცეების შემთხვევაშიც.
40. შემოდებულია მრავლადწრფივი ცალმხრივი წილადური მაქსიმალური ოპერატორი და დადგენილია მისთვის წონითი შეფასებები. დამტკიცებულია ფეფერმან-სტეინის ტიპის უტოლობა ამ ოპერატორებისათვის. მიღებულია ველანდის ტიპის წერტილოვანი უტოლობა მრავლადწრფივი ცალმხრივი წილადური ინტეგრალებისათვის. დამტკიცებულია ერთწონიანი უტოლობები მრავლადწრფივი ცალმხრივი წილადური ინტეგრალებისათვის იმ წონებისათვის, რომლებიც ეკუთვნის ცალმხრივი მაკენჰაუპტის კლასების თანაკვეთას. ზოგიერთი შედეგი ახალია წრფივ შემთხვევაშიც.
41. მოცემული ალბათური ზომის გაგრძელების ტერმინებში შემოტანილია განზოგადებული შემთხვევითი სიდიდის ცნება. დადგენილია განზოგადებული შემთხვევითი სიდიდეების ზოგიერთი თვისება.
42. E საბაზისო სივრცეზე მოცემული ინვარიანტული და კვაზი-ინვარიანტული ზომებისათვის განხილულია ისეთი მათი გაგრძელებები, რომელთა პი-წონა E-ს სიმძლავრეს არ აღემატება.
43. დამტკიცებულია, რომ ნებისმიერი არასთვლადი ამოხსნადი G ჯგუფისათვის და მასზე მოცემული ნებისმიერი არანულოვანი სიგმა-სასრული G-კვაზი-ინვარიანტული m ზომისათვის არსებობს ორი G-აბსოლუტურად უგულებელყოფადი A და B სიმრავლე ისეთი, რომ AB სიმრავლე არაზომადია m-ის მიმართ.
44. გამოკვლეულია არათვლად ჯგუფებზე განსაზღვრული ინვარიანტული (კვაზი-ინვარიანტული)  $\sigma$ -სასრული ზომებისათვის აბსოლუტურად უგულებელყოფადი სიმრავლეების ყოფაქცევა ალგებრული ჯამების მიმართ.
45. შესწავლილია ლებეგის ზომის ინვარიანტული გაგრძელებების მიმართ თანაბრად განაწილებული მიმდევრობების ზოგიერთი თვისება.
46. ჯანაშია-ლაგვილავას ალგორითმში დაზუსტებულია ის შემთხვევები როცა რაციონალური მატრიცების სპექტრალური ფაქტორიზაცია შეიძლება აიგოს ზუსტად. აგრეთვე მითითებული რაციონალური პარაუნიტარული მატრიცების აგების ზუსტი მეთოდი, წინასწარ განსაზღვრული პოლუსებითა და ნულებით.

### 3. შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

#### 3.2.

- 1) დასრულებული (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები
  1. საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIII ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენცია, მეცნიერების დარგი: **მათემატიკა**; სამეცნიერო მიმართულება: **მათემატიკური ანალიზი**; შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი „მობილობა და საერთაშორისო სამეცნიერო ღონისძიებები (III ლოტი) 2023“, პროექტის ნომერი MG-ISE-2023; 01.08.2023-31.12.2023
  2. წილადური ინტეგრალური ოპერატორები ცენტრალურ მორის სივრცეებში, მეცნიერების დარგი: **მათემატიკა**; სამეცნიერო მიმართულება: **მათემატიკური ანალიზი**; შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი PHDF-22-6359, 20.10.2022 – 19.04.2023.
- 2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)
  1. **ალექსანდრე მესხი** (პროექტის ხელმძღვანელი); დავით ნატროშვილი (სამეცნიერო კომიტეტის წევრი); ბესიკ დუნდუა (პროექტის კოორდინატორი); ანზორ ბერიძე (პროექტის თანახელმძღვანელი)
  2. **გიორგი იმერლიშვილი** (პროექტის ხელმძღვანელი)

**დასრულებული კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. კონფერენციაში მონაწილეობა მიიღო დაახლოებით 230-მა მონაწილემ მსოფლიოს 30-ზე მეტი ქვეყნიდან, მათ შორის 17 იყო პლენარული მომხსენებელი. მუშაობდა 11 სექცია. მონაწილეთა მიერ წარმოდგენილი იყო უახლესი შედეგები მათემატიკისა და მისი მონათესავე სხვადასხვა მიმართულებებიდან. აღსანიშნავია, რომ მონაწილეთა მოხსენებათა შედეგები გამოქვეყნდა ონლაინ. მონაწილეთა მიერ მიღებული უახლესი შედეგები კი გამოქვეყნდება საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალის J. Math. Sci. (Series A), Springer, სპეციალურ ტომში.
2. კვლევითი პროექტი ეძღვნებოდა თანამედროვე ანალიზისა და ოპერატორთა თეორიის ისეთ კონცეპტუალურ საკითხს, როგორცაა ინტეგრალურ ოპერატორთა ასახვის თვისებები მორის ტიპის სივრცეებში. ერთ-ერთი მიზეზი თუ რატომ იპყრობს მორის ტიპის სივრცეები მკვლევართა განსაკუთრებულ ყურადღებას, არის ის, რომ ისინი უფრო ზუსტად აღწერენ ელიფსური ტიპის განტოლებათა რეგულარობას, ვიდრე ლებეგის სივრცეები. ეს არის მიზეზი იმისა, რომ მორის სივრცეები გამოყენებულ იქნას არამარტო ჰარმონიულ ანალიზში, არამედ კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებში. აღსანიშნავია, რომ მორის ტიპის სივრცეები ასრულებს არსებით როლს ნავიე-სტოქსის განტოლებათა რეგულარობის ამოცანებში. ეს განტოლებები კლასის მათემატიკური ინსტიტუტის მიერ შეტანილია ათასწლეულის ამოცანათა ნუსხაში. ჩვენს მიერ დადგენილია ინტეგრალური ოპერატორების შემოსაზღვრულობის თვისებები ცენტრალურ მორის სივრცეებში. ცენტრალური მორის სივრცეები განისაზღვრება ისევე, როგორც კლასიკური მორის სივრცეები, მხოლოდ განსაზღვრებაში ზუსტი ზედა ზღვარი აღებულია ყველა ბურთის მიმართ ცენტრით სათავეში. როცა საქმე გვაქვს კვაზიმეტრიკულ ზომიან სივრცეებთან, მაშინ განიხილება ბურთები ცენტრით ფიქსირებულ წერტილში. ჩვენ კონცენტრირებულები ვიყავით მაქსიმალურ და წილადურ ინტეგრალურ ოპერატორებზე. წილადური ინტეგრალური ოპერატორები მნიშვნელოვან როლს თამაშობენ ჰარმონიულ ანალიზსა და გამოყენებებში კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებში. კერძოდ, კარგადაა ცნობილი წილადური ინტეგრალების როლი სობოლევის ჩართვის თეორემაში. ჩვენ გამოვიკვლიეთ ჰარმონიული ანალიზის ოპერატორთა ასახვის თვისებები ცენტრალურ მორის სივრცეებში. მივიღეთ ახალი შედეგები და შევეცადეთ განგვევითარებინა ახალი მიდგომები წილადურ ინტეგრალურ ოპერატორთა თეორიაში, ზოგადად მორის ტიპის სივრცეებში, რომლებიც განსაზღვრულია ზომიანი მეტრიკული სივრცეებით. კერძოდ, ჩვენ 1) მივიღეთ აუცილებელი პირობები და საკმარისი პირობები წონაზე, რომელიც უზრუნველყოფს ადამსის ტიპის კვალის უტოლობას წილადური ინტეგრალებისათვის ცენტრალურ მორის სივრცეებში; როგორც შედეგი, დადგენილია ერთდროულად აუცილებელი და საკმარისი პირობა ხარისხოვანი ტიპის წონაზე, რომლისთვისაც ადგილი აქვს კვალის უტოლობას; 2) შევისწავლეთ წონითი ამოცანები ცალმხრივი წილადური ინტეგრალებისათვის ცალმხრივი მორის ტიპის სივრცეებში იმ შემთხვევაში, როცა წონები ხარისხოვანი ტიპისაა. მსგავსი ამოცანები შესწავლილია ქრობად და კომპლიმენტარულ ცალმხრივი მორის სივრცეებში.

#### 4. უცხოური გრანტებით დაფინანსებული სამეცნიერო პროექტები

##### 4.2.

1) დასრულებული (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი, დაფინანსებელი ორგანიზაცია/სამეცნიერო ფონდი, ქვეყანა, პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. XIII Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union, IMU-Conference Support Program Grant for Developing Countries, September 4-9, 2023. მეცნიერების დარგი: **მათემატიკა**; სამეცნიერო მიმართულება: **მათემატიკური ანალიზი**

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. **ალექსანდრე მესხი** (ხელმძღვანელი)
2. **ანზორ ბერიძე** (თანახელმძღვანელი)

**დასრულებული კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. კონფერენციაში მონაწილეობა მიიღო დაახლოებით 230-მა მონაწილემ მსოფლიოს 30-ზე მეტი ქვეყნიდან, მათ შორის 17 იყო პლენარული მომხსენებელი. მუშაობდა 11 სექცია. მონაწილეთა მიერ წარმოდგენილი იყო უახლესი შედეგები მათემატიკისა და მისი მონათესავე სხვადასხვა მიმართულებებიდან. აღსანიშნავია, რომ მონაწილეთა მოხსენებათა შედეგები გამოქვეყნდა ონლაინ. მონაწილეთა მიერ მიღებული უახლესი შედეგები კი გამოქვეყნდება საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალის *J. Math. Sci. (Series A)*, Springer, სპეციალურ ტომში.

**6. ბექდური პროდუქციის გამოცემა საქართველოში**

**6.1. მონოგრაფიები/წიგნები**

ავტორი/ავტორები; მონოგრაფიის/წიგნის სათაური, საერთაშორისო სტანდარტული კოდი ISBN; გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა; გვერდების რაოდენობა

1. **ა. ხარაზიშვილი**; მათემატიკის საფუძვლების ზოგიერთი საკითხი, თბილისი, გამომცემლობა „უნივერსალი“, გვ. 1-258.

**ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. წიგნში მოცემულია მათემატიკის საფუძვლების ზოგიერთი საკითხის მიმოხილვა და შესაბამისი ანალიზი. წარმოდგენილ მასალაზე დაყრდნობით მკითხველს საშუალება ეძლევა ოპტიმალური გზით გაეცნოს მათემატიკის საფუძვლების ძირითად დებულებებსა და ფაქტებს, სახელდობრ: პირველი რიგის ლოგიკის მათემატიკური თეორიების სინტაქსსა და სემანტიკას; ლოგიკურად არაწინააღმდეგობრივი თეორიისათვის მოდელის არსებობის ფუნდამენტურ მეტათეორემას; თანამედროვე სიმრავლეთა თეორიის აქსიომატიკას; ალგორითმების თეორიის ძირითად ასპექტებს; ფორმალური არითმეტიკის არასისრულის მეტათეორემებს; ამორჩევის აქსიომის მნიშვნელოვან როლს წერტილოვანი სიმრავლეების სტრუქტურის აღწერაში; უსასრულო გრაფთა თეორიის კავშირებს დიდ კარდინალურ რიცხვებთან; გეომეტრიის საფუძვლებისადმი სხვადასხვა მიდგომას; სიმრავლეთა თეორიის გარკვეულ არასტანდარტულ მოდელებს. წიგნი შეიძლება განხილულ იქნეს, როგორც დამხმარე სახელმძღვანელო უნივერსიტეტების მათემატიკური პროფილის ფაკულტეტების მაგისტრანტებისთვის და დოქტორანტებისთვის.

**6.4. სტატიები ჟურნალის/კრებულის ISSN-ის მითითებით**

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით (არსებობის შემთხვევაში); გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა; გვერდების რაოდენობა

1. **A. Meskhi**, Boundedness weighted criteria for multilinear Riemann-Liouville integral operators, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* 177 (2023), no. 1, 147-148. ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა
2. D. E. Edmunds, D. Makhharadze and **A. Meskhi**, Embeddings and regularity of potentials in grand variable exponent function spaces, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* 177 (2023), no. 2, 309-314 ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა
3. **A. Meskhi** and T. Tsanava, On some spaces with mixed norms, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*, 177 (2023), no. 2, 319-326 ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა
4. **A. Meskhi**, H. Rafeiro and T. Tsanava, Duality and interpolation for weighted grand Morrey spaces, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* 177 (2023), no. 1, 149-155. ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა
5. **G. Imerlishvili**, **A. Meskhi** and M. A. Ragusa, One-sided potentials in weighted central Morrey spaces, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*, 177(2023), No. 3, 495-499. ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა
6. **A. Meskhi**, Two-weight criteria for multiple fractional integrals in mixed-normed Lebesgue spaces, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*, 177(2023), No. 3, 505-507. ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა

7. **Sh. Tetunashvili** and T. Tetunashvili, A Rademacher series convergent to each real-valued function continuous over  $(0, 1)$  on certain dense subsets of  $(0, 1)$ , *Trans. A. Razmadze math. Inst.*, **177**(2023), No 2, 327-329. ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა
8. **A. Kharazishvili**, On some version of random variables, *Trans. A. Razmadze math. Inst.*, **177**(2023), No 1, 143-146. ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა
9. **A. Kharazishvili**, On pi-weights and extensions of invariant measures, *Trans. A. Razmadze math. Inst.*, **177**(2023), No 2, 315-317. ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა
10. M. Beriashvili, M. Khachidze and **A. Kirtadze**, Absolutely negligible sets and their algebraic sums, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*, **177**(2023), No 1, 131-133. ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა
11. **A. Kirtadze**, On some properties of uniform distribution sequences, *Trans. A. Razmadze math. Inst.*, **177**(2023), No 3, 501-504. ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა

### **ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. დადგენილია აუცილებელი და საკმარისი პირობები წონაზე, რომელთათვისაც ადგილი აქვს მრავლადწრფივი რიმან-ლიუვილის ოპერატორის შემოსაზღვრულობას უწონო ლებეგის სივრცეთა ნამრავლიდან წონიან ლებეგის სივრცეში.
2. შემოღებულია გრანდ ცვლადმაჩვენებლიანი ჰაილამ-მორის სივრცეები და დამტკიცებულია ჩართვის თეორემები ამ სივრცეებიდან ცვლადმაჩვენებლიან ჰელდერის სივრცეში მაჩვენებლებზე ლოგ-ჰელდერის პირობის ქვეშ. დამტკიცებულია აგრეთვე წილადური ინტეგრალური ოპერატორის შემოსაზღვრულობა გრანდ ცვლადმაჩვენებლიან მორის სივრციდან ცვლადპარამეტრიან ჰელდერის სივრცეში. შედეგები მიღებულია კვაზიმეტრიკულ ზომიანი სივრცეების შემთხვევაში ზომაზე გაორმაგების პირობის ქვეშ, თუმცა ისინი ახალია ევკლიდეს სივრცეებისათვისაც.
3. დამტკიცებულია რუბიო დე ფრანცისას საინტერპოლაციო თეორემა გრანდ ფუნქციურ სივრცეებში შერეული ნორმებით, რომლებიც წარმოქმნილია ცვლადმაჩვენებლიანი ლებეგისა და კლასიკური წონიანი ლებეგის სივრცეებით. ამოცანა შესწავლილია დიაგონალურ და არადიაგონალურ შემთხვევებში. შედეგის სახით გამომდინარეობს ჰარმონიული ანალიზის ოპერატორთა შემოსაზღვრულობა აღნიშნულ სივრცეებში.
4. დადგენილია ორწონიანი გრანდ მორის სივრცის პრედულაური სივრცე და შესწავლილია მისი თვისებები. დამტკიცებულია კომპლექსური საინტერპოლაციო თეორემა ორწონიანი გრანდ მორის სივრცის პრედულაურ სივრცეში. ეს უკანასკნელი წარმოადგენს მკვლევართა განსაკუთრებული ინტერესის სფეროს, ვინაიდან ცნობილია, რომ მორის სივრცეებს საზოგადოდ საინტერპოლაციო თვისებები არ გააჩნიათ. ამოცანები შესწავლილია კვაზიმეტრიკულ ზომიან სივრცეებზე განსაზღვრულ სივრცეებზე, თუმცა ისინი ახალია ევკლიდეს სივრცეებისთვისაც. მოყვანილია საინტერპოლაციო თეორემის ზოგიერთი გამოყენება ოპერატორთა თეორიაში.
5. მიღებულია ზოგადი ბორელის ზომის მიმართ განსაზღვრული ცალმხრივი პოტენციალების (რიმან-ლიუვილისა და ვეილის ინტეგრალური გარდაქმნები) შემოსაზღვრულობა ცალმხრივ ცენტრალურ მორის სივრცეებში. ანალოგიური ამოცანა შესწავლილია ქრობად ცენტრალურ მორის სივრცეებში.
6. დამტკიცებულია ორწონიანი შეფასებები ჯერადი წილადური ინტეგრალური ოპერატორისათვის შერეულნორმიან ლებეგის სივრცეებში. როგორც კერძო შემთხვევა, მიღებულია იმ წონების სრული აღწერა (აუცილებელი და საკმარისი პირობები), რომელთათვისაც ადგილი აქვს კვალის უტოლობას ძლიერი მაქსიმალური ოპერატორისათვის აღნიშნულ სივრცეებში. დადგენილია აგრეთვე ფეფერმან-სტეინის ტიპის უტოლობა ძლიერი მაქსიმალური ოპერატორისათვის. მიღებულია აგრეთვე ერთწონიანი კრიტერიუმი ჯერადი რისის პოტენციალისათვის შერეულნორმიან ლებეგის სივრცეებში.
7. სტატიაში ფორმულირებულია თეორემები, რომელთაგან გამომდინარეობს რადემახერის ისეთი მწკრივების არსებობა, რომლებიც  $(0,1)$ -ზე უბან-უბან უწყვეტი ნებისმიერი ფუნქციისაკენ კრებადია სათანადო,  $(0,1)$ -ში ყველგან მკვირვ სიმრავლეზე. სრულად არის აღწერილი ამ თვისების მქონე რადემახერის მწკრივების სიმრავლე. ამ სიმრავლეში შედის როგორც თითქმის ყველგან კრებადი, ასევე თითქმის ყველგან განშლადი რადემახერის მწკრივები.
8. მოცემული ალბათური ზომის გაგრძელების ტერმინებში შემოტანილია განზოგადებული შემთხვევითი სიდიდის ცნება. დადგენილია განზოგადებული შემთხვევითი სიდიდეების ზოგიერთი თვისება.

9. E საბაზისო სივრცეზე მოცემული ინვარიანტული და კვაზი-ინვარიანტული ზომებისათვის განხილულია ისეთი მათი გაგრძელებები, რომელთა პი-წონა E-ს სიმძლავრეს არ აღემატება.
10. გამოკვლეულია არათვლად ჯგუფებზე განსაზღვრული ინვარიანტული (კვაზი-ინვარიანტული)  $\sigma$ -სასრული ზომებისათვის აბსოლუტურად უგულვებელყოფადი სიმრავლეების ყოფაქცევა ალგებრული ჯამების მიმართ.
11. შესწავლილია ლებეგის ზომის ინვარიანტული გაგრძელებების მიმართ თანაბრად განაწილებული მიმდევრობების ზოგიერთი თვისება.

## 7. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა უცხოეთში

### 7.3. სტატიები

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური, ციფრული (დიგიტალური) საიდენტიფიკაციო კოდი DOI; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით; გვერდების რაოდენობა

1. **L. Ephremidze**, G. Mishuris and I. Spitkovsky, On exact spectral factorization of rational matrix functions with applications to paraunitary filter banks, <https://arxiv.org/abs/2312.03518>
2. **L. Ephremidze** and I. Spitkovsky, Random generator of orthogonal matrices in finite fields, *Future of Information and Communications Conference*, (accepted)
3. **\*O. Dzagidze** and I. Tsvitivadze, Schwarz gradients and differentiability for functions of two variables, *Real Analysis Exchange*, **49**(1), 2023, 19 გვ. (accepted)
4. **\*A. Meskhi**, Extrapolation in new weighted grand Morrey spaces beyond the Muckenhoupt classes, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2023, <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2023.127181>
5. \*V. Kokilashvili and **A. Meskhi**, A Complete characterization of the generalized multilinear Sobolev inequality in grand product Lebesgue spaces defined on non-homogeneous spaces, *Results Math.* **78** (2023), no. 5, Paper No. 181, 17 pp. DOI : 10.1007/s00025-023-01959-7.
6. **\*E. Gordadze**, **A. Meskhi** and M. A. Ragusa, On some extrapolation in generalized grand Morrey spaces and applications to PDEs, *Electronic Research Archive* (მიღებულია დასაბეჭდად).
7. \*V. Kokilashvili and **A. Meskhi**, Boundedness of operators of Harmonic Analysis in grand variable exponent Morrey spaces. *Mediterr. J. Math.* **20**, 71 (2023). <https://doi.org/10.1007/s00009-023-02267-8>
8. **\*G. Imerlishvili** and **A. Meskhi**, Weighted inequalities for one-sided multilinear fractional integrals. *Positivity* **27** (2023), no. 1, Paper No. 1, 21 pp. <https://doi.org/10.1007/s11117-022-00954-6>
9. **\*A. Kharazishvili**, Non-measurable products of absolutely negligible sets in uncountable solvable groups, *Georgian Math. J.* **30** (2023), No 3, 397-402. <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2007>
10. **\*A. Kharazishvili**, Quasi-invariant measures on topological groups and  $\omega$ -powers. *Georgian Math. J.* Published online October 4, 2023, <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2073>
11. \*L. Grafakos, **A. Meskhi**, On sharp Olsen's and trace inequalities for multilinear fractional integrals. *Potential Anal.* **59** (2023), no. 3, 1039-1050.
12. \*V. Kokilashvili, **A. Meskhi**, Rubio de Francia's weighted extrapolation in mixed-norm spaces and applications. *Math. Nachr.* **296** (2023), no. 9, 3929-3947.

### ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

1. ჯანაშია-ლაგვილავას ალგორითმში დაზუსტებულია ის შემთხვევები როცა რაციონალური მატრიცების სპექტრალური ფაქტორიზაცია შეიძლება აიგოს ზუსტად. აგრეთვე მითითებული რაციონალური პარაუნიტარული მატრიცების აგების ზუსტი მეთოდი, წინასწარ განსაზღვრული პოლუსებითა და ნულებით.
2. მიღებულია სწრაფი და ეფექტური მეთოდი ორთოგონალური მატრიცების გენერირების კოეფიციენტებით სასრული ველიდან.
3. ტრიგონომეტრიული მწკრივით ერთი ცვლადის ფუნქციის წარმოდგენის ბ. რიმანის თეორიისთვის ფუნდამენტური მნიშვნელობისა შვარცის წარმოებული (1890 წ.), რომელიც წარმოადგენს ერთი ცვლადის ფუნქციის ჩვეულებრივი მეორე რიგის წარმოებულის განზოგადებას. ახლახან აღნიშნულ ნაშრომში შვარცის წარმოებული განზოგადებულია ორი ცვლადის ფუნქციისთვის. სახელდობრ, ორი ცვლადის ფუნქციისთვის შემოტანილია შვარცის მიხედვით დიფერენცირებადობის ცნება და დიფერენციალი. შემოტანილია აგრეთვე შვარცის მიხედვით ჩვეულებრივი გრადიენტი, კუთხური გრადიენტი, ძლიერი გრადიენტი, განზოგადებული კუთხური გრადიენტი და განზოგადებული ძლიერი გრადიენტი.



დადგენილია, რომ შვარცის მიხედვით დიფერენცირებადობა ეკვივალენტურია შვარცის მიხედვით განზოგადებული კუთხური გრადიენტის არსებობის, რომლის კომპონენტები წარმოადგენენ შვარცის მიხედვით დიფერენციალის კოეფიციენტებს. დადგენილია, აგრეთვე, სხვა ფორმის აუცილებელი და საკმარისი პირობა და ერთიგ საკმარისი პირობა. დადგენილია, რომ ფუნქციის დიფერენცირებადობა შვარცის მიხედვით რომელიმე წერტილზე იწვევს იმავე ფუნქციის გლუვობას (რიმანის აზრით) იგივე წერტილზე.

4. დამტკიცებულია რუბიო დე ფრანსიას ექსტრაპოლაციის თეორემა წონიან გრანდ მორის სივრცეებში ისეთი წონებისთვისაც, რომლებიც მაკენჰაუპტის კლასის მიღმაა. მანამდე ცნობილი იყო ექსტრაპოლაცია წონიან გრანდ მორის სივრცეებში მაკენჰაუპტის პირობის ქვეშ. დადგენილია აუცილებელი პირობები გრანდ წონიან მორის სივრცეებში შემოსაზღვრულობისათვის ჰარდი-ლიტლვუდის მაქსიმალური ოპერატორებისა და ჰილბერტის გარდაქმნის შემთხვევისათვის. ზოგადად ოპერატორები და სივრცეები განსაზღვრულია კვაზი-მეტრიკულ ზომიან სივრცეებზე ზომაზე გაორმაგების პირობის ქვეშ (ერთგვაროვანი ტიპის სივრცეები), თუმცა შედეგები ახალია ერთგვაროვანი ტიპის სივრცეების კერძო შემთხვევებისათვისაც.
5. დადგენილია აუცილებელი და საკმარისი პირობა ზომაზე, რომლებიც უზრუნველყოფს ზომის მიმართ განსაზღვრული მრავლადწრფივი წილადური ინტეგრალური ოპერატორის შემოსაზღვრულობას ნამრავლიან გრანდ ლებეგის სივრციდან გრანდ ლებეგის სივრცეში. აღნიშნული პირობა წარმოადგენს ზედა ალფორსის რეგულარობის პირობას. როგორც კერძო შედეგი, დამტკიცებულია, რომ მრავლადწრფივ სობოლევის უტოლობა აღნიშნული ოპერატორისა და სივრცეებისათვის ძალაშია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ზომა არის ალფორს 1- რეგულარული.
6. დამტკიცებულია წონითი ექსტრაპოლაციის თეორემა განზოგადებულ წონიან გრანდ მორის სივრცეებში. ამ შედეგიდან მიღებულია სინგულარული ინტეგრალური ოპერატორის კომპუტატორების შემოსაზღვრულობა აღნიშნულ სივრცეებში. ეს უკანასკნელი შედეგი გამოყენებულია ელიფსური ტიპის კერძოწარმოებულბიანი დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის რეგულარობის შესასწავლად განზოგადებულ წონიან გრანდ მორის სივრცეების ჩარჩოებში იმ შემთხვევაში, როცა კოეფიციენტები წარმოადგენენ წყვეტილ ფუნქციებს. ეს უკანასკნელი წარმოადგენს იმ შედეგის განზოგადებას, რომელსაც საფუძველი ჩაეყარა ფ. კიარენცას, მ. ფრასკასა და პ. ლონგოს 1991 წლის ცნობილ ნაშრომში.
7. შემოღებულია გრანდ ცვლადმაჩვენებლიანი მორის სივრცეები და შესწავლილია ჰარმონიული ანალიზის ოპერატორთა შემოსაზღვრულობა აღნიშნულ სივრცეებში. დებულებები დამტკიცებულია სივრცეებზე ლოგ-ჰელდერის პირობების ქვეშ. ძირითადი დებულებების მისაღებად ჯერ დადგენილია აღნიშნულ ოპერატორთა რაოდენობრივი ნორმითი შეფასებები. შედეგები მიღებულია კვაზიმეტრიკული ზომიან სივრცეებზე განსაზღვრული ოპერატორებისა და სივრცეებისათვის, თუმცა ისინი ახალია ევკლიდეს სივრცეების შემთხვევაშიც.
8. შემოღებულია მრავლადწრფივი ცალმხრივი წილადური მაქსიმალური ოპერატორი და დადგენილია მისთვის წონითი შეფასებები. დამტკიცებულია ფეფერმან-სტეინის ტიპის უტოლობა ამ ოპერატორებისათვის. მიღებულია ველანდის ტიპის წერტილოვანი უტოლობა მრავლადწრფივი ცალმხრივი წილადური ინტეგრალებისათვის. დამტკიცებულია ერთწონიანი უტოლობები მრავლადწრფივი ცალმხრივი წილადური ინტეგრალებისათვის იმ წონებისათვის, რომლებიც ეკუთვნის ცალმხრივი მაკენჰაუპტის კლასების თანაკვეთას. ზოგიერთი შედეგი ახალია წრფივ შემთხვევაშიც.
9. დამტკიცებულია, რომ ნებისმიერი არასთვლადი ამოხსნადი  $G$  ჯგუფისათვის და მასზე მოცემული ნებისმიერი არანულოვანი სიგმა-სასრული  $G$ -კვაზი-ინვარიანტული  $m$  ზომისათვის არსებობს ორი  $G$ -აბსოლუტურად უგულბელებოვადი  $A$  და  $B$  სიმრავლე ისეთი, რომ  $AB$  სიმრავლე არაზომადია  $m$ -ის მიმართ.
10. აღწერილია ჰაუსდორფის ტოპოლოგიური  $G$  ჯგუფის კარდინალობა, რომლისთვისაც არსებობს არანულოვანი ბორელის ზომა  $G$ -ზე, რომელსაც აქვს სუსლინის  $\text{card}(G)$ -თვისება და კვაზი-ინვარიანტულია  $G$  ჯგუფის ყველგან მკვრივი ქვეჯგუფის მიმართ. მითითებულია ზოგიერთ კავშირზე წრეების ჯგუფზე სტანდარტული ლებეგის (ჰაარის) ზომის არასეპარაბელური ტრანსლაციურ-ინვარიანტული გაფართოების აგების კოდიარსა-კაკუტანის მეთოდთან.
11. ნაშრომში დადგენილია ოლსენის ტიპის უტოლობის საუკეთესო ფორმა მრავლადწრფივი წილადური ინტეგრალებისათვის. მიღებული შედეგი ახალია წრფივი ინტეგრალური ოპერატორებისთვისაც. როგორც კერძო შემთხვევა, მიღებულია აუცილებელი და საკმარისი პირობა წონაზე, რომლისთვისაც ადგილი აქვს კვალის უტოლობას მრავლადწრფივი წილადური ინტეგრალური ოპერატორისათვის მორის სივრცეებში.
12. დამტკიცებულია რუბიო დე ფრანსიას წონითი ექსტრაპოლაცია შერეულნორმიან ბანახის ფუნქციურ სივრცეებში, რომლებიც განსაზღვრულია კვაზიმეტრიკულ ზომიან სივრცეების ნამრავლზე. როგორც კერძო

შემთხვევა მიღებულია ექსტრაპოლაციის შედეგები შერეულნორმიან ლებეგის და გრანდ ლებეგის სივრცეებში. დადგენილია დაზუსტებული შეფასებები აღნიშნული ოპერატორების ნორმებისათვის.

## 8. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა

### 8.1. საქართველოში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. **A. Meskhi (Invited speaker)**, Duality, interpolation and extrapolation for weighted grand Morrey spaces, The fourth international conference “Modern Problems in Applied Mathematics” (MPAM2023) Dedicated to the 105th Anniversary of I. Javakhishvili Tbilisi State University & 55th Anniversary of I.Vekua Institute of Applied Mathematics, Tbilisi, Georgia, September 13-15, 2023.
2. **A. Meskhi** and L. Natelashvili, Two-weight criteria for multiple fractional integrals in mixednormed Lebesgue spaces, XIII International Conference of the Georgian Mathematical Union, Batumi, Georgia, September 4 – 9, 2023.
3. D. Makharadze and **A. Meskhi**, Embeddings and regularity of potentials in grand variable exponent function spaces, XIII International Conference of the Georgian Mathematical Union, Batumi, Georgia, September 4 – 9, 2023.
4. **A. Meskhi**, Extrapolation in mixed-normed function spaces and applications, Mini-symposium in “Analysis and Related Topics” in the framework of KIU Annual Conference, Math and Computer Science, Kutaisi, Georgia, July 11-13, 2023.
5. **G. Imerlishvili**, Weighted norm inequalities for one-sided multilinear fractional integral operators. KIU Annual Conference 2023, Kutaisi, Georgia, July 11-13, 2023.
6. **G. Imerlishvili** and **A. Meskhi**, One-Sided Potentials in Weighted Central Morrey Spaces. XIII International Conference of the Georgian Mathematical Union, Batumi, Georgia, September 4-9, 2023.
7. **Sh. Tetunashvili**, On Universality of Rademacher Series, XXXVII International Enlarged Sessions of the Seminar of Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics, 19-22 April, 2023.
8. **Sh. Tetunashvili**, რადემახერის მწკრივების უნივერსალურობის შესახებ, თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიძღვნილი აკადემიკოს ვიქტორ კუპრაძის 120 წლისთავისადმი, 14-17 თებერვალი, თბილისი, საქართველო, 2023.
9. **A. Kharazishvili**, კვაზი-ინვარიანტული ზომები ტოპოლოგიურ ჯგუფებზე და  $\omega$ -ხარისხები, ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, 14-17 თებერვალი, თბილისი, საქართველო, 2023.
10. **A. Kirtadze**, ნულზომის სიმრავლეებსა და მათი ალგებრული ჯამების შესახებ, ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, 14-17 თებერვალი, თბილისი, საქართველო, 2023.
11. **A. Kirtadze**, On the existence of an invariant measure in an infinite-dimensional Polish vector space, XXXVII International Enlarged Sessions of the Seminar of Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics, 19-22 April, 2023.
12. **A. Kirtadze**, Independent Family of Sets and Their Applications, XIII Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union, Batumi, Georgia, September 4-9, 2023.
13. **L. Ephremidze**, G. Mishuris and I. Spitkovsky, New algorithm for spectral factorization of rational matrix functions with applications to paraunitary filter banks, XIII International Conference of the GMU, Batumi, September 4-9, 2023.
14. **L. Ephremidze**, G. Mishuris and I. Spitkovsky, On spectral factorization of rational matrix functions, The Tbilisi Analysis & PDE Workshop, The University of Georgia, August 30 - September 2, 2023.

*მოხსენების ანოტაცია (საჭიროა იმ შემთხვევაში, თუ მოხსენება ფორუმის მასალებში ან სხვა გამოცემაში არ გამოქვეყნებულა)*

8. მოხსენებაში მოყვანილია თეორემა, რომლის თანახმად არსებობს უნივერსალური მწკრივი რადემახერის სისტემის მიმართ. უნივერსალურობას განაპირობებს ამ მწკრივის ის თვისება, რომ იგი კრებადია ნებისმიერი უწყვეტი ფუნქციისაკენ სათანადოდ შერჩეულ ყველგან მკვირვ სიმრავლეზე.
9. მოხსენებაში დახასიათებული იყო ისეთი ტოპოლოგიურ  $G$  ჯგუფებთა სიმძლავრეები, რომლებზეც არსებობს ერთი მაინც არანულოვანი ბორელის  $\text{card}(G)$ -სუსლინის თვისების მქონე ზომა, რომელიც კვაზი-ინვარიანტულია  $G$ -ს რაიმე ყველგან მკვირვი ქვეჯგუფის მიმართ.
10. სიურექციული ჰომომორფიზმების მეთოდის გამოყენებით ნაჩვენებია იყო ნული ზომის სიმრავლეების ალგებრული ჯამების თვისებები მოცემული ინვარიანტული  $\sigma$ -სასრული ზომის გაგრძელებების მიმართ.



11. მოხსენება ეხებოდა უსასრულო განზომილებიან წრფივ პოლონურ სივრცეებში  $\sigma$ -სასრული ყველგან მკვრივი ქვესივრცის მიმართ ინვარიანტული ზომის არსებობის საკითხს და ნაჩვენებია იქნა, რომ ასეთი ზომის  $\sigma$ -სასრული ინვარიანტული გაგრძელებათა კლასს აქვს შესაძლო მაქსიმალური სიმძლავრე.
12. სიმრავლეთა დამოუკიდებელი ოჯახების საშუალებით არათვლადი კომპუტაციური ჯგუფებისათვის შეფასებული იყო ასეთ ჯგუფებზე განსაზღვრული ინვარიანტული ზომების წონები.

## 8.2. უცხოეთში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. **L. Ephremidze** and I. Spitkovsky, On explicit Wiener-Hopf factorization of certain class of  $2 \times 2$  matrix functions, UAE Math Day 2023, Zayed University, Dubai, Book of Abstracts, p. 77.

## დამატებითი ინფორმაცია

ოსუ გამომცემლობა ბეჭდავს 390 გვერდიან წიგნს: **ომარ მაგნიძე**, ფურიეს ერთგანზომილებიანი მწკრივები ერთი და ორი ცვლადის ფუნქციებისთვის. 376 გვ.

რედაქტირების პროცესშია და საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემია გამოსცემს წიგნს: **ომარ მაგნიძე**, სასკოლო მათემატიკის ქართული სახელმძღვანელოების ისტორია, 200 გვ.

**ომარ მაგნიძე** 2015 წლიდან ხელმძღვანელობს ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტში შექმნილ ინგლისურ-ქართული მათემატიკური ტერმინების დამდგენ ათწევრიან სამუშაო ჯგუფს.

**ომარ მაგნიძე** მეცნიერების საერთაშორისო დღესთან დაკავშირებით ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში 2023 წლის 9 ნოემბერს დააჯილდოვეს უნივერსიტეტის მედლით ნაყოფიერი სამეცნიერო მოღვაწეობისთვის.

**ალექსანდრე მესხი** იყო Journal of Mathematical Sciences (series A, Springer) სპეციალური ტომის „Selected Papers of The XIII Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union“ ერთ-ერთი მოწვეული რედაქტორი;

**ალექსანდრე მესხი** არის საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის პრეზიდენტი.

**ალექსანდრე მესხი** იყო „საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIII ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენციის“ (ბათუმი, 4-9 სექტემბერი, 2023) საორგანიზაციო კომიტეტის თავმჯდომარე;

**ალექსანდრე მესხი** არის

1. ქუთაისის საერთაშორისო უნივერსიტეტის პროფესორი,
2. საქართველოს ტენიკური ინჟინერისტიკის მოწვეული პროფესორი,
3. სან დიეგოს სახელმწიფო უნივერსიტეტის ქართული ფილიალის ფაკულტეტის წევრი.
4. ოსუ-ს ესტატე ხმალაძის სახელობის სტიპენდიის მიმნიჭებელი კომისიის თავმჯდომარე.

**ალექსანდრე მესხის** ხელმძღვანელობით დოქტორანტმა გიორგი იმერლიშვილმა დაიცვა დისერტაცია თემაზე „წონითი შეფასებები მრავლადწრფივი წილადური ინტეგრალისათვის“, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი და მიენიჭა აკადემიური დოქტორის ხარისხი.

**ალექსანდრე მესხი** არის 1 დოქტორანტის სამეცნიერო ხელმძღვანელი (საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი);

**ალექსანდრე მესხი** ჩართულია პეკინის ნორმალურ უნივერსიტეტთან (Beijing Normal University, China) 5 წლიანი კონტრაქტის ფარგლებში არსებულ გრანტში შემდეგი პროგრამის ფარგლებში "Discipline innovation and talent introduction program in Colleges and Universities (Program of the Ministry of Education of China)".

**ალექსანდრე მესხი** არის ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტის მიზნობრივი სამეცნიერო-კვლევითი გრანტის: „მრავლადწრფივი ექსტრაპოლაციისა და აპროქსიმაციის თეორიის ამოცანები გრანდ და მორის ტიპის ფუნქციურ სივრცეებში“ ძირითადი შემსრულებელი, (პროექტის ხელმძღვანელი დალი მახარაძე);

**მიმართულება:** მათემატიკური ანალიზი, **დაფინანსების წყარო:** ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, 1.02.2023 – 15.12.2023

**ალექსანდრე მესხი** არის შემდეგი წიგნის რეცენზენტი: **ომარ მაგნიძე**, ფურიეს ერთგანზომილებიანი მწკრივები ერთი და ორი ცვლადის ფუნქციებისთვის. 376 გვ.

**ალექსანდრე მესხი** არის საერთაშორისო ჟურნალის „**Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute**” მთავარი რედაქტორი, ასევე შემდეგი ჟურნალების სარედაქციო კოლეგიის წევრი:

1. Georgian Mathematical Journal (De Gruyter);
2. J. Inequalities and Appl. (Springer);
3. J. Function Spaces (Hindawi);
4. J. Math. Inequal. (Croatia);

**ალექსანდრე მესხმა** გააკეთა რეცენზია შემდეგ ჟურნალებში შესულ სტატიებზე:

1. Analysis Mathematica;
2. Banach J. of Mathematical Analysis;
3. Fract. Calc. Appl. Anal.;
4. Georgian Math. J.
5. J. Fourier Analysis and Applications;
6. Mediter. J. Math;
7. Memoirs of Diff. Equat. Math. Phys.

**გიორგი იმერლიშვილმა** დაიცვა სადოქტორო დისერტაცია თემაზე „წონითი შეფასებები მრავლადწრფივი წილადური ინტეგრალებისათვის“, (საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი)

**გიორგი იმერლიშვილი** არის ქუთაისის საერთაშორისო უნივერსიტეტში პროფესორის ასისტენტი, საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტში მოწვეული - ლექტორი, შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტში - მოწვეული ლექტორი.

**გიორგი იმერლიშვილი** იყო საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIII ყოველწლიურ საერთაშორისო კონფერენციაზე (ბათუმი, საქართველო, 4-9 სექტემბერი, 2023) საორგანიზაციო კომიტეტის წევრი

**გიორგი იმერლიშვილმა** გააკეთა რეცენზია ჟურნალ Positivity-ში შესულ სტატიებზე.

**შაქრო ტეტუნაშვილის** ხელმძღვანელობით დაიცვა დისერტაცია გიორგი იმერლიშვილმა (დაცვა შედგა 2023 წლის იანვარში)

**შაქრო ტეტუნაშვილი** იყო მაგისტრანტ ლაზარე ნათელაშვილის ხელმძღვანელი (დაცვა შედგა 2023 წლის ივლისში)

**შაქრო ტეტუნაშვილი** არის დოქტორანტ ლაზარე ნათელაშვილის სამეცნიერო ხელმძღვანელი

**შაქრო ტეტუნაშვილი** არის შემდეგი წიგნის რედაქტორი: **ომარ მაგნიძე**, ფურიეს ერთგანზომილებიანი მწკრივები ერთი და ორი ცვლადის ფუნქციებისთვის. 376 გვ.

**ალექსი კირთაძე** არის სტუ-ს დოქტორანტ მარიკა ხაჩიძის სამეცნიერო ხელმძღვანელი.

**ალექსი კირთაძის** ხელმძღვანელობით სამაგისტრო ნაშრომი დაიცვა სტუ-ს მაგისტრანტმა მარიამ პაპავამ.

**ალექსი კირთაძე** არის შემდეგი წიგნების რეცენზენტი:

1. ა. ხარაზიშვილი, მათემატიკის საფუძვლების ზოგიერთი საკითხი, გამომცემლობა „უნივერსალი“, 2023.
2. Joanna Jureszko, On nonmeasurable sets and unions, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2023

ინოვაცია, რომელსაც შეიცავს **ლაშა ეფრემიძის** ნაშრომი „Random generator of orthogonal matrices in finite fields“, წარდგენილია **აშშ-ს პატენტზე** ნიუ-იორკის უნივერსიტეტის შუამდგომლობით.

## დიფერენციალური განტოლებების განყოფილება

ივანე კილურაძე (განყოფილების ხელმძღვანელი, უვადო მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), სერგო ხარიბეგაშვილი (უვადო მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), მალხაზ აშორდია (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), გივი ბერიკელაშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), ნინო ფარცვანია (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), ოთარ ჯოხაძე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), მაია ჯაფოშვილი (უფროსი ლაბორანტი).

1. სახელმწიფო ბიუჯეტის პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების ჩამონათვალი:

1) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. არალოკალური სასაზღვრო და საწყის-სასაზღვრო ამოცანები ჩვეულებრივი და კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისთვის (მეცნიერების დარგი – მათემატიკა, მიმართულება – დიფერენციალური განტოლებები); 2019-2023.

2) პროექტის შესრულებაში მონაწილე პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. ივანე კილურაძე (ხელმძღვანელი და შემსრულებელი), მალხაზ აშორდია (შემსრულებელი), გივი ბერიკელაშვილი (შემსრულებელი), ნინო ფარცვანია (შემსრულებელი), სერგო ხარიბეგაშვილი (შემსრულებელი), ოთარ ჯოხაძე (შემსრულებელი)

2. პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების შესრულების შედეგები

2.2.

1) დასრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. არალოკალური სასაზღვრო და საწყის-სასაზღვრო ამოცანები ჩვეულებრივი და კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისთვის (მეცნიერების დარგი – მათემატიკა, მიმართულება – დიფერენციალური განტოლებები); 2019-2023.

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. ივანე კილურაძე (ხელმძღვანელი და შემსრულებელი), მალხაზ აშორდია (შემსრულებელი), გივი ბერიკელაშვილი (შემსრულებელი), ნინო ფარცვანია (შემსრულებელი), სერგო ხარიბეგაშვილი (შემსრულებელი), ოთარ ჯოხაძე (შემსრულებელი)

**დასრულებული კვლევითი პროექტის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. აგებულია მაღალი რიგის დაგვიანებულარგუმენტებიანი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების ფეთქებადი ამონახსნების თეორია. სახელდობრ, შემოღებულია ძლიერად და სუსტად ფეთქებად ამონახსნთა ცნებები და დადგენილია გარკვეული აზრით არაგაუმჯობესებადი პირობები, რომლებიც უზრუნველყოფენ აღნიშნული განტოლებებისთვის კოშის ამოცანის ძლიერად (სუსტად) ფეთქებადი ამონახსნის არსებობას. აგრეთვე, მიღებულია ამ ამონახსნების ასიმპტოტური შეფასებები (ი. კილურაძე).

ოპტიმალურადაა აღწერილი კლასები დაგვიანებულარგუმენტებიანი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისა, რომელთაც გააჩნია უსასრულოდ შორეული წერტილის მიდამოში სწრაფად ზრდად ამონახსნთა მრავალპარამეტრიანი სიმრავლეები. აგრეთვე, მიღებულია ამ ამონახსნების ასიმპტოტური შეფასებები. დამტკიცებული არსებობის თეორემები სპეციფიკურ ხასიათს ატარებს და მათ არ გააჩნიათ ანალოგები ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისთვის დაგვიანებების გარეშე (ი. კილურაძე, ნ. ფარცვანია).

არაწრფივ, არაავტონომიურ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა ორგანზომილებიანი სისტემებისთვის დადგენილია გარკვეული აზრით ოპტიმალური პირობები, რომლებიც უზრუნველყოფენ სწრაფად ზრდად ამონახსნთა უსასრულო სიმრავლის არსებობას და მიღებულია ასეთი ამონახსნების შეფასებები უსასრულოდ შორეული წერტილის მიდამოში (ნ. ფარცვანია).

აგებულია შემოსაზღვრულ ამონახსნთა თეორია კურცვაილის აზრით განზოგადებული წრფივი დიფერენციალური სისტემებისთვის. კერძოდ, დადგენილია ეფექტური პირობები, რომლებიც სათანადოდ უზრუნველყოფენ შემოსაზღვრული ამონახსნების არსებობასა და ერთადერთობას და დამუშავებულია ამ ამონახსნის აგების ალგორითმი (მ. აშორდია).

მაღალი რიგის არაწრფივი კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემათა გარკვეული კლასისთვის, რომელთა მთავარი ნაწილი შეიცავს დროის მიმართ მაღალი რიგის კერძო წარმოებულს და სივრცითი ცვლადის მიმართ ბიჰარმონიულ ოპერატორს, ცილინდრულ არეში განხილულია სასაზღვრო ამოცანები, როცა ცილინდრის ქვედა და ზედა ფუძეზე მოცემულია კომის ტიპის პირობები, ხოლო გვერდით საზღვარზე – რობინის ტიპის პირობები. არაწრფივ წევრებზე დადებულ გარკვეულ პირობებში შემოღებულია დასმული ამოცანის განზოგადებული ამონახსნის ცნება სობოლევის სივრცის გარკვეულ ქვესივრცეზე, რომლისთვისაც მიღებულია აპრიორული შეფასება და დამტკიცებულია ამონახსნის არსებობა, ხოლო ამ პირობების დარღვევის შემთხვევაში ნაჩვენებია ამონახსნის არარსებობა. განხილულია აგრეთვე ამონახსნის ერთადერთობის საკითხი (ს. ხარიბეგაშვილი).

განხილება გაზის დინამიკის არაწრფივი თეორიის ძირითადი ფონ კარმანის კვაზიწრფივი კერძო წარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლება. ეფექტურად, ცხადი სახითაა აგებული რიმანის ინვარიანტები, რომელთა დახმარებით ეს განტოლება მიიყვანება ექვივალენტურ პირველი რიგის კვაზიწრფივ განტოლებათა სისტემაზე. ეს უკანასკნელი კი ლეჟანდრის გარდაქმნების გამოყენებით გოდოგრაფის სიბრტყეზე – ეილერ-ჰუასონ-დარბუ-რიმანის გადაგვარებულ მეორე რიგის წრფივ განტოლებებზე. მათი ზოგადი ამონახსნების გამოყენებით მიღებულია საწყისი განტოლების ზუსტი, ეფექტური ამონახსნების ახალი კლასი, რომელიც არ იყო ადრე მიღებული წინამორბედთა და ჩვენს შრომებში. იგი შეიძლება გამოყენებულ იქნას სხვადასხვა საწყის და სასაზღვრო ამოცანათა გამოსაკვლევად (ო. ჯოხაძე).

### 3. შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

#### 3.1.

1) გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

**1. ბლანტი დრეკადი დინამიკისა და არაწრფივი რხევის ზოგიერთი საკონტაქტო და სასაზღვრო ამოცანა, საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი 1.1. მათემატიკა, FR-21-7307, 2022-2025**

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. **ნუგზარ შავლაყაძე** (საგრანტო პროექტის ხელმძღვანელი), ნანა ოდიშელიძე (კოორდინატორი, ძირითადი შემსრულებელი), **სერგო ხარიბეგაშვილი** (ძირითადი შემსრულებელი), **ოთარ ჯოხაძე** (ძირითადი შემსრულებელი), ცილა ჯამასპიშვილი (ახალგაზრდა მეცნიერი), ბაჩუკი ფაჩულია (ახალგაზრდა მეცნიერი).

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. გამოკვლეულია ანტიპერიოდული ამოცანა არაწრფივი მაღალი რიგის კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალურ განტოლებათა ერთი კლასისთვის. განხილულია ამონახსნის არსებობის, არარსებობისა და ერთადერთობის საკითხები. სივრცითი კოორდინატის მიმართ უსასრულო ზოლში შესწავლილია დროით პერიოდული ამოცანა მეორე რიგის წრფივი ჰიპერბოლური ტიპის განტოლებებისთვის. უსასრულობაში ამონახსნის ყოფაქცევის გათვალისწინებით გამოკვლეულია ერთადერთობისა და არაერთადერთობის, არსებობისა და არარსებობის საკითხები. განხილულია დრეკადი სტრინგერისა და ნახევარ-სიბრტყის ურთიერთქმედების ამოცანა, როდესაც კონტაქტი ფორფიტასა და სტრინგერს შორის წებოს თხელი ფენით ხორციელდება. დადგენილია მიღებული არაწრფივი სინგულარული ინტეგრალური განტოლების ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა. მცირე პარამეტრის მეთოდის გამოყენებით ამონახსნი მიახლოებით აიგება შესაბამისი მეორე გვარის წრფივ ინტეგრალურ განტოლებათა სისტემის ამოხსნით. განხილულია მთავარი ნაწილით მულტივოლტიციენტებიანი მეორე რიგის წრფივი ჰიპერბოლური ტიპის არაერთგვაროვანი

განტოლებები. კომის ამოცანისათვის მიღებულია ამონახსნი ცხადი სახით კვადრატურებში, რომელიც გამოყენებულია უსასრულო ზოლში პერიოდული ამოცანის შესასწავლად. მეორე რიგის ერთი კლასის ჰიპერბოლური სისტემებისთვის შესწავლილია შერეული ამოცანა დირიხლესა და პუანკარეს სასაზღვრო პირობებით. წრფივ შემთხვევაში მოცემულია დასმული ამოცანის ცხადი სახით წარმოდგენა. სისტემაში შემავალი არაწრფივობის ბუნების გათვალისწინებით გამოკვლეულია დასმული ამოცანის ერთადერთობა და ამოხსნადობა. უსასრულო ნახევარზოლში სიმის რხევის არაერთგვაროვანი წრფივი განტოლებისთვის განხილულია შერეული და სივრცითი ცვლადის მიმართ პერიოდული ამოცანები, რომელთა ამონახსნები კვადრატურებშია მიღებული სასრულო ჯამის სახით. გამოყენებულია მახასიათებელი პარალელოგრამის იგივეობა, რიმანის ინვარიანტთა და მახასიათებელთა მეთოდები (ს. ხარიბეგაშვილი, ო. ჯოხაძე).

## 6. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა საქართველოში

### 6.4. სტატიები ჟურნალის/კრებულის ISSN-ის მითითებით

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით (არსებობის შემთხვევაში); გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა; გვერდების რაოდენობა

1. **B. Anjaparidze, M. Ashordia and N. Tophuridze**, The Opial type necessary and sufficient conditions for the convergence of difference schemes for the initial problem for linear systems of ordinary differential equations. ISSN 2346-8092; *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 331-347; თბილისი, თსუ-ს გამომცემლობა, 17 გვ.
2. **M. Ashordia**, On existence of bounded solutions on nonnegative real semiaxis of linear systems of generalized ordinary differential equations. *Reports of Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics* **49** (2023).
3. **M. Ashordia**, On the criterion of well-posedness of the modified Cauchy problem for singular systems of linear ordinary differential equations. E ISSN 1512-3391; *Reports of QUALITDE* **2** (2023), 3-9; თბილისი, თსუ-ს გამომცემლობა, 7 გვ.
4. T. Bibilashvili and **S. Kharibegashvili**, Darboux type problem for a class of fourth-order nonlinear hyperbolic equations. ISSN 1512-0015; *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.* **89** (2023), 39-59; თბილისი, თსუ-ს გამომცემლობა, 21 გვ.
5. **O. Jokhadze** and **S. Kharibegashvili**, On the solvability of a periodic problem in an infinite stripe for second order hyperbolic equations. E ISSN 1512-3391; *Reports of QUALITDE* **2** (2023), 77-79; თბილისი, თსუ-ს გამომცემლობა, 3 გვ.
6. **S. Kharibegashvili**, Antiperiodic problem for one class of nonlinear partial differential equations. E ISSN 1512-3391; *Reports of QUALITDE* **2** (2023), 87-90; თბილისი, თსუ-ს გამომცემლობა, 4 გვ.
7. **I. Kiguradze**, Blow-up solutions of the Cauchy problem for nonlinear delay ordinary differential equations. E ISSN 1512-3391; *Reports of QUALITDE* **2** (2023), 91-95; თბილისი, თსუ-ს გამომცემლობა, 5 გვ.
8. **I. Kiguradze** and **N. Partsvania**, Rapidly growing and blow-up solutions to higher order nonlinear delay ordinary differential equations. ISSN 1512-0015; *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.* **90** (2023), 39-54; თბილისი, თსუ-ს გამომცემლობა, 16 გვ.
9. **N. Partsvania**, Rapidly growing solutions to two-dimensional nonlinear differential systems. E ISSN 1512-3391; *Reports of QUALITDE* **2** (2023), 154-158; თბილისი, თსუ-ს გამომცემლობა, 5 გვ.

### ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

1. ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის საწყისი ამოცანისთვის დადგენილია ოპიალის ტიპის აუცილებელი და საკმარისი პირობები სხვაობიანი სქემების კრებადობის შესახებ.
2. განზოგადებულ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა წრფივი სისტემებისთვის დადგენილია დადებით ნახევარღერძზე შემოსაზღვრული ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობისთვის საკმარისი პირობები.
3. ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა წრფივი სინგულარული სისტემებისთვის დადგენილია მოდიფიცირებული კომის ამოცანის კორექტულობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები.
4. მეოთხე რიგის არაწრფივ ჰიპერბოლურ განტოლებათა ერთი კლასისთვის განხილულია დარბუს ტიპის სასაზღვრო ამოცანა კუთხოვან არეში. არაწრფივ წევრებზე დადებული გარკვეული პირობების შესრულების შემთხვევაში ამონახსნისთვის მიღებულია აპრიორული შეფასება და დამტკიცებულია ამონახსნის არსებობა. განხილულია აგრეთვე ერთადერთობისა და არარსებობის საკითხები.

5. ჰიპერბოლური ტიპის მეორე რიგის წრფივი კერძოწარმოებუიანი განტოლებებისთვის უსასრულო ზოლში დადგენილია დროით პერიოდული ამოცანის ამოხსნადობისა და ცალსახად ამოხსნადობის საკმარისი პირობები.
6. მაღალი რიგის არაწრფივ კერძოწარმოებუიან განტოლებათა ერთი კლასისთვის დადგენილია პირობები, რომლებიც სათანადოდ უზრუნველყოფენ ანტიპერიოდული ამოცანის ამოხსნადობას, ცალსახად ამოხსნადობასა და ამონახსნის არარსებობას.
7. მაღალი რიგის დაგვიანებულარგუმენტებიანი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისთვის დადგენილია გარკვეული აზრით არაგაუმჯობესებადი პირობები, რომლებიც სათანადოდ უზრუნველყოფენ კომის ამოცანის ძლიერად და სუსტად ფეთქებადი ამონახსნების არსებობას და მიღებულია ასეთი ამონახსნების ასიმპტოტური შეფასებები.
8. მაღალი რიგის არაწრფივი დაგვიანებული ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისთვის დადგენილია სწრაფად ზრდადი და ფეთქებადი ამონახსნების მრავალპარამეტრიანი სიმრავლეების არსებობის საკმარისი პირობები და მიღებულია ასეთი ამონახსნების ასიმპტოტური შეფასებები.
9. დადგენილია ორგანზომილებიანი არაწრფივი დიფერენციალური სისტემების სწრაფად ზრდადი ამონახსნების არსებობის საკმარისი პირობები და მიღებულია ასეთი ამონახსნების ასიმპტოტური შეფასებები.

## 7. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა უცხოეთში

### 7.3. სტატიები

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური, ციფრული (დიგიტალური) საიდენტიფიკაციო კოდი DOI; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით; გვერდების რაოდენობა

1. Sh. Akhalaia, **M. Ashordia** and M. Talakhadze, On the well-posedness of nonlocal boundary value problems for a class of systems of linear generalized differential equations with singularities. <https://doi.org/10.1515/gmj-2022-2184>; *Georgian Math. J.* **30** (2023), no. 1, 1-18; Walter De Gruyter & Co., Germany; 18 pp.
2. **M. Ashordia**, On existence of bounded solutions on real axis  $R$  of linear systems of generalized ordinary differential equations. DOI: [10.18514/MMN.2023.3821](https://doi.org/10.18514/MMN.2023.3821); *Miskolc Math. Notes* **24** (2023), no. 1, 63-79; Miskolc University Press, Miskolc; 17 pp.
3. **B. Anjaparidze, M. Ashordia** and **M. Kublashvili**, On the numerical solvability of the initial problem with weight for ordinary linear differential systems with singularities. <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2029>; *Georgian Math. J.* **30** (2023), no. 5, 639-657; Walter De Gruyter & Co., Germany; 19 pp.
4. **O. Jokhadze**, On the von Karman's equation in the nonlinear theory of gas dynamics. DOI: [10.18514/MMN.2023.3988](https://doi.org/10.18514/MMN.2023.3988); *Miskolc Math. Notes* **24** (2023), no. 1, 197-208; Miskolc University Press, Miskolc; 12 pp.
5. **O. M. Jokhadze, S. S. Kharibegashvili** and N. N. Shavlakadze, A mixed problem for a class of second-order nonlinear hyperbolic systems with Dirichlet and Poincaré boundary conditions. (Russian) <https://doi.org/10.4213/mzm13738>; *Mat. Zametki* **114** (2023), no. 5, 702-720; Pleiades Publishing Ltd., Moscow, Russia; 19 pp.
6. **S. Kharibegashvili** and **B. Midodashvili**, The boundary value problem for one class of higher-order semilinear partial differential equations. <https://doi.org/10.30546/2409-4994.2023.49.1.154>; *Proc. Inst. Math. Mech. Natl. Acad. Sci. Azerb.* **49** (2023), no. 1, 154-171; Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, Baku, Azerbaijan, 18 pp.

### ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

1. განზოგადებულ (კურცვაილის აზრით) ჩვეულებრ წრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა ერთი კლასის სისტემებისთვის განხილულია არალოკალური სასაზღვრო ამოცანის კორექტულობის (პარამეტრსა და მარჯვენა მხარეზე ამონახსნის უწყვეტად დამოკიდებულების) საკითხი. დადგენილია შესაბამისი საკმარისი პირობები.
2. განზოგადებულ (კურცვაილის აზრით) ჩვეულებრივ წრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემებისთვის განხილულია შემოსაზღვრული ამონახსნის საკითხი ნამდვილ რიცხვთა ღერძზე. დადგენილია ასეთი ამონახსნების არსებობის ეფექტური საკმარისი პირობები.
3. ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა წრფივი სისტემებისთვის განხილულია წონიანი საწყისი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნადობის საკითხი. კერძოდ, დადგენილია ეფექტური საკმარისი პირობები, რომლებიც უზრუნველყოფენ შესაბამისი სხვაობიანი სქემების კრებადობას.

4. რიმანის ინვარიანტებისა და ეილერ-ჰუსონ-დარბუ-რიმანის განტოლებების ზოგადი ამონახსნების გამოყენებით მიღებულია გაზის დინამიკის არაწრფივი თეორიის ფონ კარმანის განტოლების ზუსტი ამონახსნების ახალი კლასი.
5. მეორე რიგის ერთი კლასის ჰიპერბოლური სისტემებისთვის შესწავლილია შერეული ამოცანა დირიხლესა და პუანკარეს სასაზღვრო პირობებით. წრფივ შემთხვევაში მოცემულია დასმული ამოცანის ცხადი სახით წარმოდგენა. სისტემაში შემავალი არაწრფივობის ბუნების გათვალისწინებით გამოკვლეულია დასმული ამოცანის ერთადერთობა და ამოხსნადობა.
6. მაღალი რიგის არაწრფივ კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა გარკვეული კლასისთვის, რომელთა მთავარი ნაწილი შეიცავს დროის მიმართ მაღალი რიგის კერძო წარმოებულს და ბიჰარმონიულ ოპერატორს სივრცითი ცვლადის მიმართ, ცილინდრულ არეში განხილულია სასაზღვრო ამოცანა, როცა ცილინდრის ქვედა და ზედა ფუძეზე მოცემულია კოშის ტიპის პირობები, ხოლო გვერდით საზღვარზე – რობინის ტიპის პირობა. არაწრფივ წევრებზე დადებულ გარკვეულ პირობებში შემოღებულია დასმული ამოცანის განზოგადებული ამონახსნის ცნება სობოლევის სივრცის გარკვეულ ქვესივრცეზე, რომლისთვისაც მიღებულია აპრიორული შეფასება და დამტკიცებულია ამონახსნის არსებობა, ხოლო ამ პირობების დარღვევის შემთხვევაში ნაჩვენებია ამონახსნის არარსებობა. განხილულია, აგრეთვე, ამონახსნის ერთადერთობის საკითხი.

## 8. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა

### 8.1. საქართველოში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. **M. Ashordia**, On the criterion of well-posedness of the modified Cauchy problem for singular systems of linear ordinary differential equations. International Workshop on the Qualitative Theory of Differential Equations – QUALITDE-2023 dedicated to the 120th birthday anniversary of Professor V. Kupradze (Tbilisi, Georgia, December 9-11, 2023).
2. **ო. ჯოხაძე, ს. ხარიბეგაშვილი**, შერეული ამოცანა სიმის რხევის არაწრფივი განტოლებისათვის ნეიმანის სასაზღვრო პირობებით. ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ანდრია რაზმამის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიძღვნილი აკადემიკოს ვიქტორ კუპრადის დაბადებიდან 120 წლისთავისადმი (თბილისი, 14-17 თებერვალი, 2023 წ.).
3. **O. Jokhadze, S. Kharibegashvili**, On the periodic problem in the infinite stripe for the hyperbolic equations of second order. XIII Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union (Batumi, Georgia, September 4-9, 2023).
4. **O. Jokhadze, S. Kharibegashvili**, On the solvability of a periodic problem in an infinite stripe for second order hyperbolic equations. International Workshop on the Qualitative Theory of Differential Equations – QUALITDE-2023 dedicated to the 120th birthday anniversary of Professor V. Kupradze (Tbilisi, Georgia, December 9-11, 2023).
5. **S. Kharibegashvili**, Antiperiodic problem for one class of nonlinear partial differential equations. International Workshop on the Qualitative Theory of Differential Equations – QUALITDE-2023 dedicated to the 120th birthday anniversary of Professor V. Kupradze (Tbilisi, Georgia, December 9-11, 2023).
6. **I. Kiguradze**, Blow-up solutions of the Cauchy problem for nonlinear delay ordinary differential equations. International Workshop on the Qualitative Theory of Differential Equations – QUALITDE-2023 dedicated to the 120th birthday anniversary of Professor V. Kupradze (Tbilisi, Georgia, December 9-11, 2023).
7. **ნ. ფარცვანია**, კოშის ამოცანა დროითი და ფაზური ცვლადების მიმართ სინგულარული მაღალი რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის. ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ანდრია რაზმამის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიძღვნილი აკადემიკოს ვიქტორ კუპრადის დაბადებიდან 120 წლისთავისადმი (თბილისი, 14-17 თებერვალი, 2023 წ.).
8. **N. Partsvania**, Rapidly growing solutions to two-dimensional nonlinear differential systems. International Workshop on the Qualitative Theory of Differential Equations – QUALITDE-2023 dedicated to the 120th birthday anniversary of Professor V. Kupradze (Tbilisi, Georgia, December 9-11, 2023).

*მოხსენების ანოტაცია (საჭიროა იმ შემთხვევაში, თუ მოხსენება ფორუმის მასალებში ან სხვა გამოცემაში არ გამოქვეყნებულა)*



- შესწავლილია შერეული ამოცანა სიმის რხევის არაწრფივი განტოლებისთვის ნეიმანის სასაზღვრო პირობებით. არაწრფივ წევრზე დადებული გარკვეული მოთხოვნების შესრულების შემთხვევაში მიღებულია დასმული ამოცანის ამოხსნადობის საკმარისი პირობები. განხილულია ასევე შემთხვევები, თუ ამ პირობების დარღვევა რა გავლენას ახდენს ამოცანის ამოხსნადობაზე.
- განხილულია მთავარი ნაწილით მუდმივკოეფიციენტებიანი მეორე რიგის წრფივი ჰიპერბოლური ტიპის არაერთგვაროვანი განტოლებები. კოშის ამოცანისთვის მიღებულია ამონახსნი ცხადი სახით კვადრატურებში, რომელიც გამოყენებულია უსასრულო ზოლში პერიოდული ამოცანის შესასწავლად.
- დროითი და ფაზური ცვლადების მიმართ სინგულარული მაღალი რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისთვის დადგენილია კოშის ამოცანის ამოხსნადობის, ცალსახად ამოხსნადობისა და არამოხსნადობის საკმარისი პირობები.

## 8.2. უცხოეთში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

- O. Jokhadze, S. Kharibegashvili, N. Shavlakadze**, Some contact problems for a half-plane with non-linear elastic stringer. VIII International Conference on Topical Problems of Continuum Mechanics (Tsaghkadzor, Armenia, October 1-5, 2023).
- N. Partsvania, Z. Sokhadze**, On rapidly growing solutions of second order nonlinear differential equations. Czech-Georgian Workshop on Boundary Value Problems – WBVP-2023 (Brno, Czech Republic, June 6-8, 2023).
- N. Partsvania**, On the conditions of solvability of the Cauchy problem for singular in time and phase variables differential equations with deviating arguments. Czech-Georgian Workshop on Boundary Value Problems – WBVP-2023 (Brno, Czech Republic, June 6-8, 2023).

მოხსენების ანოტაცია (საჭიროა იმ შემთხვევაში, თუ მოხსენება ფორუმის მასალებში ან სხვა გამოცემაში არ გამოქვეყნებულა)

- განხილულია დრეკადი სტრინგერისა და ნახევარსიბრტყის ურთიერთქმედების ამოცანა, როდესაც კონტაქტი ფირფიტასა და სტრინგერს შორის წებოს თხელი ფენით ხორციელდება. დადგენილია მიღებული არაწრფივი სინგულარული ინტეგრალური განტოლების ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა. მცირე პარამეტრის მეთოდის გამოყენებით ამონახსნი მიახლოებით აიგება შესაბამისი მეორე გვარის წრფივ ინტეგრალურ განტოლებათა სისტემის ამოხსნით.

## სხვა ინფორმაცია:

- გამოქვეყნებული სამეცნიერო სტატიები (\*-ით აღნიშნულია იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში გამოქვეყნებული სტატიები)

- \* Sh. Akhalaia, **M. Ashordia** and M. Talakhadze, On the well-posedness of nonlocal boundary value problems for a class of systems of linear generalized differential equations with singularities. *Georgian Math. J.* **30** (2023), no. 1, 1-18.
- \* **B. Anjaparidze, M. Ashordia** and **M. Kublashvili**, On the numerical solvability of the initial problem with weight for ordinary linear differential systems with singularities. *Georgian Math. J.* **30** (2023), no. 5, 639-657.
- B. Anjaparidze, M. Ashordia** and **N. Tophuridze**, The Opial type necessary and sufficient conditions for the convergence of difference schemes for the initial problem for linear systems of ordinary differential equations. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 331-347.
- \* **M. Ashordia**, On existence of bounded solutions on real axis  $R$  of linear systems of generalized ordinary differential equations. *Miskolc Math. Notes* **24** (2023), no. 1, 63-79.
- M. Ashordia**, On existence of bounded solutions on nonnegative real semiaxis of linear systems of generalized ordinary differential equations. *Reports of Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics* **49** (2023).
- M. Ashordia**, On the criterion of well-posedness of the modified Cauchy problem for singular systems of linear ordinary differential equations. *Reports of QUALITDE* **2** (2023), 3-9.
- T. Bibilashvili and **S. Kharibegashvili**, Darboux type problem for a class of fourth-order nonlinear hyperbolic equations. *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.* **89** (2023), 39-59.
- \***O. Jokhadze**, On the von Karman's equation in the nonlinear theory of gas dynamics. *Miskolc Math. Notes* **24** (2023), no. 1, 197-208.



9. \*O. M. Jokhadze, S. S. Kharibegashvili and N. N. Shavlakadze, A mixed problem for a class of second-order nonlinear hyperbolic systems with Dirichlet and Poincaré boundary conditions. (Russian) *Mat. Zametki* **114** (2023), no. 5, 702-720.
10. O. Jokhadze and S. Kharibegashvili, On the solvability of a periodic problem in an infinite stripe for second order hyperbolic equations. *Reports of QUALITDE 2* (2023), 77-79.
11. S. Kharibegashvili and B. Midodashvili, The boundary value problem for one class of higher-order semilinear partial differential equations. *Proc. Inst. Math. Mech. Natl. Acad. Sci. Azerb.* **49** (2023), no. 1, 154-171.
12. S. Kharibegashvili, Antiperiodic problem for one class of nonlinear partial differential equations. *Reports of QUALITDE 2* (2023), 87-90.
13. I. Kiguradze, Blow-up solutions of the Cauchy problem for nonlinear delay ordinary differential equations. *Reports of QUALITDE 2* (2023), 91-95.
14. I. Kiguradze and N. Partsvania, Rapidly growing and blow-up solutions to higher order nonlinear delay ordinary differential equations. *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.* **90** (2023), 39-54.
15. N. Partsvania, Rapidly growing solutions to two-dimensional nonlinear differential systems. *Reports of QUALITDE 2* (2023), 154-158.

• **გამოსაქვეყნებლად გადაცემული სამეცნიერო სტატიები (\*-ით აღნიშნულია იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში გამოსაქვეყნებლად გადაცემული სტატიები)**

1. \* O. Jokhadze and S. Kharibegashvili, The solution some problems in quadratures for the string vibration equation in a half-strip. *Differentsial'nye Uravneniya* (accepted).
2. \* S. S. Kharibegashvili and B. G. Midodashvili, On the solvability of a boundary value problem for one class of nonlinear systems of high-order partial differential equations. *Math. Sb.* (submitted for publication).

• **ჩატარებული სამეცნიერო ფორუმები**

განყოფილების მიერ ორგანიზებული იყო საერთაშორისო ვორკშოპი დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თეორიაში – QUALITDE-2023, მიძღვნილი აკადემიკოს ვიქტორ კუპრადის დაბადებიდან 120 წლისთავისადმი, რომელიც ჩატარდა თბილისში 2023 წლის 9-11 დეკემბერს. ვორკშოპის მუშაობაში ქართველ მათემატიკოსებთან ერთად მონაწილეობა მიიღო 90-ზე მეტმა უცხოელმა მეცნიერმა მსოფლიოს 18 ქვეყნიდან (აშშ, კანადა, ბრაზილია, ჩილე, საფრანგეთი, იტალია, ესპანეთი, ნორვეგია, ჩეხეთი, სლოვაკეთი, უნგრეთი, იაპონია, ჩინეთი, ახალი ზელანდია, მაროკო, ბელორუსია, უკრაინა, რუსეთი).

• **საერთაშორისო სამეცნიერო თანამშრომლობა**

**ივანე კილურაძე:**

- იყო საპროგრამო კომიტეტის თავმჯდომარე ანდრია რაზმადის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის დიფერენციალური განტოლებების განყოფილების მიერ ორგანიზებული საერთაშორისო ვორკშოპისა დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თეორიაში (International Workshop on the Qualitative Theory of Differential Equations – QUALITDE-2023, Tbilisi, Georgia, December 9-11, 2023).
- როგორც მთავარი რედაქტორი ხელმძღვანელობდა საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალების *Georgian Mathematical Journal* და *Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics* სარედაქციო კოლეგიების მუშაობას.

**მალხაზ აშორდია:**

- იყო საერთაშორისო ვორკშოპის QUALITDE-2023 საორგანიზაციო კომიტეტის წევრი.

**გივი ბერიკელაშვილი:**

- იყო საერთაშორისო ვორკშოპის QUALITDE-2023 საორგანიზაციო კომიტეტის წევრი.

**ნინო ფარცვანია:**

- 2023 წლის 4 ივნისიდან 11 ივნისამდე მივლინებით იმყოფებოდა ჩეხეთის მეცნიერებათა აკადემიის მათემატიკის ინსტიტუტის ბრნოს ფილიალში (ქ. ბრნო, ჩეხეთის რესპუბლიკა), სადაც მონაწილეობა

მიიღო სასაზღვრო ამოცანებში ჩეხეთ-საქართველოს ვორკშოპის მუშაობაში, როგორც მოწვეულმა მომხსენებელმა. აღნიშნულ ვორკშოპზე წარსდგა 2 მოხსენებით.

- არის რეფერატული ჟურნალის *Mathematical Reviews* რეფერენტი.
- არის საერთაშორისო ჟურნალის *Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics* ასოცირებული რედაქტორი.
- არის საერთაშორისო ჟურნალის *Miskolc Mathematical Notes* პასუხისმგებელი რედაქტორი.
- არის საერთაშორისო ვორკშოპის QUALITDE-ს მოხსენებათა კრებულის *Reports of QUALITDE* რედაქტორი ([https://rmi.tsu.ge/eng/reports\\_of\\_QUALITDE.html](https://rmi.tsu.ge/eng/reports_of_QUALITDE.html)).
- იყო საერთაშორისო ვორკშოპის QUALITDE-2023 საორგანიზაციო კომიტეტის თავმჯდომარე.

**სერგო ხარიბეგაშვილი:**

- არის საერთაშორისო ჟურნალის *Georgian Mathematical Journal* სარედაქციო კოლეგიის წევრი.
- არის საერთაშორისო ჟურნალის *Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics* ასოცირებული რედაქტორი.
- იყო საერთაშორისო ვორკშოპის QUALITDE-2023 საპროგრამო კომიტეტის წევრი.

## მათემატიკური ფიზიკის განყოფილება

როლანდ დუდუჩავა (განყოფილების ხელმძღვანელი, უვადო მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), თენგიზ ბუჩუკური (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), ოთარ ჭკადუა (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), დავით კაპანაძე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), როლანდ გაჩეჩილაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), ავთანდილ გაჩეჩილაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), გიორგი ჭკადუა (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი).

1. სახელმწიფო ბიუჯეტის პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების ჩამონათვალი:

1) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. სასაზღვრო ამოცანები წრფივი და არაწრფივი კერძოწარმოებულის დიფერენციალური განტოლებებისათვის და მათემატიკური ფიზიკის ამოცანები; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: მათემატიკური ფიზიკა; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები: 2019-2023

2) პროექტის შესრულებაში მონაწილე პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. როლანდ დუდუჩავა (პროექტის საერთო ხელმძღვანელი); ოთარ ჭკადუა - მკვლევარი; თენგიზ ბუჩუკური - მკვლევარი; დავით კაპანაძე - მკვლევარი; როლანდ გაჩეჩილაძე - მკვლევარი; ავთანდილ გაჩეჩილაძე - მკვლევარი; ეკატერინე პესეცაია - მკვლევარი; გიორგი ჭკადუა - მკვლევარი.

პროექტის ქვეთემები და შემსრულებლები:

A. კონვოლუციები და ადაპტირებული ბესელის პოტენციალები ლის ჯგუფებზე.

B. კერძოწარმოებულის დიფერენციალური განტოლებებისათვის ზედაპირებზე და გარსების მოდელებზე სითბოს გავრცელების, სხეულების მიერ ელექტრომაგნიტური ტალღების არეკვლის, მათ გრძემო სითხის მოძრაობის სასაზღვრო ამოცანები (რ. დუდუჩავა, თ. ბუჩუკური).

C. ტალღის გავრცელების ამოცანები კრისტალებში, მეტამასალებსა და კომპოზიტებში (დ. კაპანაძე, ე. პესეცაია).

D. თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადობის დინამიკის სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანები დრეკადი მრავალკომპონენტური, შიგა და საკონტაქტო ბზარების შემცველი შედგენილი სტრუქტურების დაზუსტებულ მოდელებში (თ. ბუჩუკური, ო. ჭკადუა, გ. ჭკადუა).

E. ამოცანები რომლებიც ყალიბდებიან ვარიაციული და კვაზივარიაციული უტოლობების სახით (რ. გაჩეჩილაძე, ა. გაჩეჩილაძე).

2. პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების შესრულების შედეგები

2.1.

1) გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. სასაზღვრო ამოცანები წრფივი და არაწრფივი კერძოწარმოებულის დიფერენციალური განტოლებებისათვის და მათემატიკური ფიზიკის ამოცანები; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: მათემატიკური ფიზიკა; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები: 2019-2023

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. როლანდ დუდუჩავა (პროექტის საერთო ხელმძღვანელი); ოთარ ჭკადუა - მკვლევარი; თენგიზ ბუჩუკური - მკვლევარი; დავით კაპანაძე - მკვლევარი; როლანდ გაჩეჩილაძე - მკვლევარი; ავთანდილ გაჩეჩილაძე - მკვლევარი; ეკატერინე პესეცაია - მკვლევარი; გიორგი ჭკადუა - მკვლევარი.

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. A. სტატიაში R. Duduchava, "Convolution equations on the Lie group  $G = (-1,1)$ ", Georgian Mathematical Journal, vol. 30, no. 5, 2023, pp. 683-702, <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2035>, ნაჩვენებია, რომ ინტერვალზე  $G = (-1,1)$  იქცევა ლის ჯგუფად ჯგუფური ოპერაციის  $x \circ y := (x + y)(1 + xy) - 1$ ,  $x, y \in G$  მიმართ. ეს საშუალებას იძლევა განიმარტოს ამ ინტერვალზე ინვარიანტული ჰაარის ზომა  $dG(x) := (1 - x^2)^{-1} dx$  და ფურიეს გარდაქმნა  $F_G$ , მისი შებრუნებული  $F^{-1}$  და, შედეგად, შეგვიძლია განვიხილოთ ფურიეს კონვოლუციის ოპერატორები  $W^0_a := F^{-1} aF S(G) \rightarrow S'(G)$ . კონვოლუციების ამ კლასში შედის ცნობილი პრანდტლის, ტრიკომისა და ლავრენჯევ-ბიწაძის განტოლებები და ასევე ადაპტირებული დიფერენციალური ოპერატორები. განიმარტება ადაპტირებული ბესელის პოტენციალთა სივრცეები და განხილულია კონვოლუციის ოპერატორები, განმარტებულია მათი სიმბოლოები  $a(\xi)$ ,  $\xi \in \mathbb{R}$ , რომლებიც აგებენ პასუს კონვოლუციის განტოლების ამოხსნადობაზე: განტოლება ცალსახად ამოხსნადია მხოლოდ და მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ სიმბოლო  $a$  ელიფსურია. ამონახსნი იწერება ცხადად შებრუნებული სიმბოლოს დახმარებით. მოკლედ ვეხებით ლის ჯგუფის მრავალგანზომილებიან ანალოგს ჯგუფს  $G^5$ .

სტატიაში R. Duduchava, Laplace-Beltrami Equation on Lipschitz Hypersurfaces in the Generic Bessel Potential Spaces, Accepted to "Research Perspectives Ghent Analysis and PDE Center", Trends in Mathematics Series, Birkhäuser/Springer, 2023. pp. 1-6, განხილულია დირიხლეს, ნეიმანის და შერეული დირიხლე-ნეიმანის სასაზღვრო ამოცანები ჰიპერზედაპირზე კუთხოვანი წერტილებით საზღვარზე (ლიფშიცის საზღვარი) ლაპლას-ბელტრამის განტოლებისათვის ადაპტირებულ ბესელის პოტენციალთა სივრცეში. მიღებულია ასეთი სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნადობის ცხადი პირობები და მოძებნილია ამონახსნთა სინგულარობის ზუსტი მაჩვენებლები სივრცის პარამეტრების ენაზე.

სტატიაში R. Duduchava, M. Tsaava, M. Tutberidze, Mixed boundary value problems for the Helmholtz equation in a model 2D double angular domain, Accepted to "Research Perspectives Ghent Analysis and PDE Center", Trends in Mathematics Series, Birkhäuser/Springer, 2023. pp. 1-8, განხილულია დირიხლეს, ნეიმანის და შერეული დირიხლე-ნეიმანის სასაზღვრო ამოცანები კუთხეში სიბრტყეზე ჰელმჰოლცის განტოლებისათვის კლასიკურ ბესელის პოტენციალთა სივრცეში. მიღებულია ასეთი სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნადობის პირობები სიმბოლოს ელიფსურობის ენაზე.

B. სტატიაში T. Buchukuri, R. Duduchava, G. Tephnadze, M. Tsaava,  $\Gamma$ -convergence for the bi-Laplace-Beltrami equation on hypersurfaces, Accepted to „Research Perspectives Ghent Analysis and PDE Center“, Trends in Mathematics Series, Birkhäuser/Springer, 2023. pp. 1-8, შესწავლილია შერეული სასაზღვრო ამოცანა ბი-ლაპლასის განტოლებისთვის ზედაპირის გარშემო თხელ ფენაში საზღვრით. ჩვენი მიზანი იყო დაგვედგინა რა სასაზღვრო ამოცანის ამონახსნისკენ მიისწრაფის ამ ამოცანის ამონახსნი, როდესაც ფენის სისქე მიისწრაფის ნულისკენ. ნაჩვენებია, რომ ლაპლასის განტოლება საწყის თხელ ფენაში ზღვარში გარდაიქმნება შესაბამის დირიხლეს ამოცანად ბი-ლაპლას-ბელტრამის განტოლებისთვის ზედაპირზე. კვლევის დროს ვიყენებთ ვარიაციულ ფორმულირებას და გიუნტერის მხები დიფერენციალური ოპერატორების აღრიცხვას ჰიპერზედაპირზე და შესაბამის შრეზე. დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანა  $C$  ზედაპირზე წარმოადგენს საწყისი შერეული სასაზღვრო ამოცანის  $\Gamma$  ზღვარს და ჩაიწერება გიუნტერის მხები წარმოებულების  $D_k := \partial_k - \nu_k \partial_\nu$ ,  $k = 1, 2, 3$ , საშუალებით  $C$  ზედაპირზე, სადაც  $V$  ზედაპირის გარე ნორმალაია, ხოლო  $\nu$ , არის ნორმალური წარმოებულები. მიღებული სასაზღვრო ამოცანა წარმოადგენს გარსის განტოლების ახალ ფორმას. ეს მიდგომა საშუალებას იძლევა მივიღოთ ძირითადი დიფერენციალური ოპერატორების და შესაბამისი სასაზღვრო ამოცანების გლობალური წარმოდგენა გარემომცველი ევკლიდური სივრცის შესახებ სტანდარტული დეკარტეს კოორდინატების თვალსაზრისით.

სტატიაში T. Buchukuri, "Pseudo-Oscillation Equation of Heat Transfer in Thin Plates" მიღებულია გამოსაქვეყნებლად ჟურნალში Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics, შესწავლილია სითბოგამტარებლობის ფსევდო-რხევის განტოლებისთვის დასმული დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანა თხელ ფენაში შუა  $C$  ჰიპერზედაპირით. ნაჩვენებია რომ ამ ამოცანის ამონახსნის ზღვარი  $\Gamma$  კრებადობის აზრით, როდესაც ფენის სისქე ნულისკენ მიისწრაფის, წარმოადგენს  $C$  ჰიპერზედაპირზე განსაზღვრული ლაპლას-ბელტრამის განტოლების დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანის ამონახსნს. კვლევისას გამოყენებულია ამოცანის ვარიაციული ფორმულირება და გიუნტერის მხები დიფერენციალური ოპერატორების აღრიცხვა. ამ თემისადმი მიძღვნილი მეტამასალებისა და კრისტალებისთვის განხილულია დიფრაქციის გარე ამოცანების მათემატიკური მოდელი სამკუთხა მესერისთვის. წინა წლებში მიღებული შედეგების გამოყენებით დამტკიცებულია არსებობისა და ერთადერთობის თეორემები, მიღებულია ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულები. მიღებული

შედეგები მოხსენებულია რამდენიმე საერთაშორისო კონფერენციაზე და გამოქვეყნებულია რამდენიმე სამეცნიერო სტატია.

C. მეტამასალებისა და კრისტალებისთვის განხილულია დიფრაქციის გარე ამოცანების მათემატიკური მოდელი სამკუთხა მესერისთვის. წინა წლებში მიღებული შედეგების გამოყენებით დამტკიცებულია არსებობისა და ერთადერთობის თეორემები, მიღებულია ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულები. მიღებული შედეგები მოხსენებულია რამდენიმე საერთაშორისო კონფერენციაზე და გამოქვეყნებულია რამდენიმე სამეცნიერო სტატია.

D. შესწავლილია თერმო-ელექტრო-დრეკადობის თეორიის შერეული ტიპის ურთიერთქმედების სასაზღვრო-ტრანსმისიის ფსევდორხევის ამოცანა შიგა ბზარებით. განხილული თერმო-პიეზო-ელექტრული მოდელი ეფუძნება გრინ-ნახდის თეორიას ენერჯის დისიპაციის (გაბნევის) გარეშე. პოტენციალთა და საზღვრიან ზედაპირზე განსაზღვრულ ფსევდოდიფერენციალურ განტოლებათა მეთოდის გამოყენებით დამტკიცებულია ბზარის ტიპის ტრანსმისიის ამოცანის ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემა. გამოკვლეულია ამონახსნის რეგულარობა სინგულარული წირების მიდამოში. სიგულარული წირებია ბზარის კიდე და ის წირი, სადაც იცვლება სასაზღვრო პირობები. ამონახსნის რეგულარობა საზოგადოდ დამოკიდებულია მასალის პარამეტრებზე და არ არის დამოკიდებული იმ წირის გეომეტრიაზე, სადაც იცვლებიან სასაზღვრო პირობები, ხოლო ბზარის კიდის მიდამოში ამონახსნის სიგულევე  $\frac{1}{2}$  უდრის. გრინის ინტეგრალური წარმოდგენის ფორმულის, ლოკალიზებული პოტენციალების თვისებების და მოცულობითი პოტენციალის გამოყენებით, დრეკადობის მომენტური თეორიის დირიხლეს ფსევდორხევის 3-განზომილებიანი ამოცანა არაერთგვაროვანი იზოტროპული სხეულების შემთხვევაში დაყვანილია ლოკალიზებული სასაზღვრო-სივრცულ ინტეგრალურ განტოლებათა სისტემაზე (LBDIE). შესწავლილია დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანისა და შესაბამისი ლოკალიზებული სასაზღვრო-სივრცულ ინტეგრალურ განტოლებათა სისტემის ეკვივალენტობა. მიღებული ლოკალიზებული სასაზღვრო-სივრცული ინტეგრალური ოპერატორი ეკუთვნის ბუტე დე მონველის ალგებრას. ვინერ-ჰოფის ფაქტორიზაციის მეთოდის გამოყენებით ნაჩვენებია, რომ ლოკალიზებული სასაზღვრო-სივრცული ინტეგრალური ოპერატორი არის ფრედჰოლმური და დადგენილია მისი შებრუნებადობა შესაბამის სობოლევის სივრცეებში. ჰიპოთეზური კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლების

$P(i\partial_x) = (P_1(i\partial_x))^{m_1} \dots (P_l(i\partial_x))^{m_l}$  ფუნდამენტური ამონახსნისთვის შესწავლილია ასიმპტოტური ყოფაქცევა უსასრულობაში, როდესაც მახასიათებელ პოლინომს გააჩნია ჯერადი ნამდვილი ფესვები. ფუნდამენტური ამონახსნის ასიმპტოტური გაშლის საფუძველზე შემოტანილია ასიმპტოტური კლასები სადაც დამტკიცებულია განტოლების  $P(i\partial_x)u = f \quad R^n - \bar{M}$  არსებობის და ერთადერთობის თეორემები მთელს სივრცეში. მიღებული შედეგებიდან გამოდინარეობს ახალი ერთადერთობის თეორემა კლასიკური ჰელმჰოლცის განტოლების შემთხვევაში. განხილულია სითხისა და სხეულის აკუსტიკური ურთიერთქმედების 3-განზომილებიანი მოდელი, როდესაც ელექტრო-მაგნეტო-დრეკად სხეულს უკავია  $\Omega^+$  შემოსაზღვრული არე, რომელიც ჩადგმულია  $\Omega^- = R^3 \setminus \bar{\Omega}^+$  შემოსაზღვრულ არეში. შემოსაზღვრულ  $\Omega^+$  არეში განხილულია თერმო-ელექტრო-მაგნეტო დრეკადობის თეორიის განზოგადებული გრინ-ლინდსეის მოდელი, ამ შემთხვევაში შემოსაზღვრულ  $\Omega^+$  არეში არის ექვსგანზომილებიანი თერმო-ელექტრო-მაგნეტო-დრეკადი ველი (გადაადგილების ვექტორის სამი კომპონენტი, ელექტრული პოტენციალი, მაგნიტური პოტენციალი და ტემპერატურის გავრცელების ფუნქცია), ხოლო  $\Omega^-$  შემოსაზღვრულ არეში - აკუსტიკური წნევის სკალარული ველი. ფიზიკური, კინემატიკური და დინამიკური ურთიერთქმედებები მათემატიკურად აღწერილია შესაბამისი სასაზღვრო და ტრანსმისიის პირობებით. ლაპლასის გარდაქმნის გამოყენებით დინამიკის ურთიერთქმედების ამოცანა დაიყვანება შესაბამის ტრანსმისიის სასაზღვრო ამოცანაზე ელიფსური ფსევდორხევის განტოლებებისთვის  $\mathbb{F}$  კომპლექსური პარამეტრით. მიღებულია შესაბამისი ნორმების შეფასებები  $\mathbb{F}$  კომპლექსური პარამეტრის მიმართ და აგებულია დინამიკის ამოცანის ამონახსნი შებრუნებული ლაპლასის გარდაქმნით. შედეგად დამტკიცებულია არსებობის, ერთადერთობის და რეგულარობის თეორემები დინამიკის ურთიერთქმედების ამოცანისთვის.

E. გამოკვლეულია ბლანტი დრეკადობის თეორიის სასაზღვრო საკონტაქტო ამოცანა კვაზი-სტატიკურ შემთხვევაში ხახუნის გათვალისწინებით ანიზოტროპული არაერთგვაროვანი სხეულებისათვის. განხილულია კორეკტიული შემთხვევა, როდესაც სხეული საზღვრის დადებითი ზომის ნაწილით ხისტად არის ჩამაგრებული. განსახილველი ამოცანის სუსტი ამონახსნის ერთადერთობის საკითხი შესწავლილია გრინის ფორმულებისა და ენერჯის ფორმის დადებითად განსაზღვრულობის გამოყენებით. ამონახსნის არსებობის საკითხის გამოკვლევისათვის სასაზღვრო საკონტაქტო ამოცანა ეკვივალენტურად დაიყვანება სივრცით ვარიაციულ უტოლობაზე. მცირე პარამეტრზე დამოკიდებული რეგულარიზაციის შედეგად ვარიაციული უტოლობა თავის მხრივ ეკვივალენტურად დაიყვანება ვარიაციულ განტოლებაზე, რომლის შესწავლა ხდება

ფადო-გალიორკინის მეთოდით. გარკვეული აპრიორული შეფასებების მიღების შემდეგ შესაძლებელი ხდება ზღვარზე გადასვლა ჯერ განზომილების და შემდეგ კი მცირე პარამეტრის მიმართ. და ბოლოს მტკიცდება, რომ ზღვართი ფუნქცია არის დასმული სასაზღვრო საკონტაქტო ამოცანის სუსტი ამონახსნი.

### 3. შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

#### 3.1.

1) გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. მოძრავი მანიფოლდები. მიმართულება: 1. ზუსტი მეცნიერებები და ინჟინერია. ქვე-მიმართულება: 1.3. კონდენსირებულ გარემოთა ფიზიკა. კატეგორია: 1.3.16 ბიოლოგიური სისტემების ფიზიკა, **FR-21-2844; IV.2022-IV.2025.**

2. ფაზური განცალკევება ბიოლოგიაში. ბიოლოგია, **STEM-22-365; 2023 წ.- 2024 წ.**

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. დავით სვინტრადე (ნიუ ვიჟენ უნივერსიტეტი, საგრანტო პროექტის ხელმძღვანელი), გიორგი ტეფნაძე (პროექტის კოორდინატორი), ძირითადი შემსრულებლები: **როლანდ დუდუჩავა, თენგიზ ბურჯუკური.**

2. დავით სვინტრადე (ნიუ ვიჟენ უნივერსიტეტი, საგრანტო პროექტის ხელმძღვანელი), **თენგიზ ბურჯუკური.**

#### **გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. შესწავლილია წვრილი ჭრილის დიფრაქციის ამოცანებს ორგანოზომილებიანი სამკუთხა ბადეში გაცვლებული ტალღებისთვის. სპეციალური სტრუქტურა საშუალებას გვაძლევს განვიხილოთ დირიხლეს ამოცანები ჰელმჰოლცის დისკრეტული განტოლებისთვის ნახევარ სიბრტყეში. მიღებულია ახალი შედეგები ამოხსნის არსებობისა და ერთადერთობის შესახებ როდესაც ტალღური რიცხვი  $k \in (0, 3)\sqrt{2}$ . ასევე მიღებულია ამოხსნის ზუსტი წარმოდგენის ფორმულა.

2. კვლევა მიჰყვება უჯრედის ზედაპირების ბიოლოგიური თვისებებისა და მათში მიმდინარე პროცესების აღსაწერად დიფერენციალური გეომეტრიის გაფართოებას მოძრავი ზედაპირებისთვის, რომელიც საყოველთაოდ ცნობილია როგორც მოძრავი ზედაპირების აღრიცხვა (CMS) მისი განვითარების მსვლელობაში, 3. გრინფელდმა შემოიღო არაწრფივ განტოლებათა სისტემა მასიური თხელი თხევადი ფენების მოძრაობის აღსაწერად. CMS-ის გამოყენებით ჩვენ განვაზოგადეთ 3. გრინფელდის განტოლებები ისე, რომ ისინი გამოყენებადი გახდა ნებისმიერ ზედაპირზე და შემოვიღეთ ფსევდო-რიმანის მრავალსახეობის მოძრაობის განტოლებები ელექტრომაგნიტურ ველში დახურული ორგანოზომილებიანი ზედაპირის დინამიკა. ჩვენ მიერ გამოყვანილი მოძრაობის განტოლებები აღწერს შემოსაზღვრული მოცულობის ცვლილებას და არ იზღუდება ზედაპირის მოდელირებით, ასე, რომ ეს შეიძლება იყოს ნებისმიერი: თხევადი თხელი ფენა, თხევადი ან მყარი სხეულის და აირის ფაზების გამყოფი დიფუზიური ფენა (ინტერფეისი), შეიძლება იყოს რბილი მასალა, შეიძლება იყოს მასიური ან თავდაპირველად მასის აქრემქონე, ერთგვაროვანი ან არაერთგვაროვანი, იყოს ან არ იყოს გარემოსთან წონასწორობაში და ა.შ. გრინფელდის განტოლების ამოხსნი შემოდის, როდესაც ზედაპირი გარემოსთან თერმოდინამიკურ წონასწორობაშია. განტოლებები ასახავს, თუ როგორ იქცევა ზედაპირი, როდესაც ის წონასწორობიდან შორს არის და ძალიან გადახრილია იანგ-ლაპლასის კანონიდან, რომელიც მოქმედებს, როდესაც ზედაპირი უახლოვდება თავის თერმოდინამიკურ წონასწორობას. თეორიული შედეგები და რიცხვითი ექსპერიმენტები საშუალებას იძლევა აიხსნას უჯრედების ზედაპირების ზოგიერთი ფენომენი. ამ მიმართულებით მზადდება სამეცნიერო ნაშრომი საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალისთვის.

#### 3.2.

1) დასრულებული (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. ფუნქციათა სივრცეები და ინტეგრალური ოპერატორები ლოკალურად კომპაქტურ ახელის ჯგუფებზე, 1. საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი 1.1. მათემატიკა. **FR-19-676; 09 მარტი, 2020, 09 მარტი, 2023**



2. მეტამასალები ბზარებით და ტალღის დიფრაქციის ამოცანები (მათემატიკა, გამოყენებითი მათემატიკა), FR-21-301; 2022-2024

3. შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მეცნიერების პოპულარიზაციისათვის მიზნობრივი საგრანტო კონკურსის პროექტი „მათემატიკის საოცარი სამყარო“ SPG-22- 855; 01.10.2022 წ.- 03.06 2023 წ.

4. თბილისის ანალიზისა და კერძოწარმოებულთან დიფერენციალური განტოლებების ვორკშოფი, მობილობისა და საერთაშორისო სამეცნიერო ღონისძიებების საგრანტო კონკურსი MG-ISE-23-1899, სექტემბერი 30.08.2023 წ.- 30.09 2023 წ.

5. პოტენციალთა მეთოდის გამოყენება შერეული და ბზარის ტიპის დინამიკის ამოცანებში ერთგვაროვანი, არაერთგვაროვანი და კომპოზიტური დრეკადი სტრუქტურებისათვის, 1. საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი 1.1. მათემატიკა. SRNSF – FR-23-267, 15 დეკემბერი 2023 წ., 15 დეკემბერი 2026 წ.

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. გიორგი ტეფნაძე (საგრანტო პროექტის ხელმძღვანელი), მედეა ცაავა (კოორდინატორი), ძირითადი შემსრულებლები: როლანდ დუდუჩავა, გიორგი თუთბერიძე.

2. დავით კაპანაძე (პროექტის ხელმძღვანელი); ე. პესეცაია – პროექტის კოორდინატორი, ზ. ვაშაკიძე – ძირითადი მკვლევარი.

3. როლანდ დუდუჩავა (საგრანტო პროექტის ხელმძღვანელი), ძირითადი შემსრულებლები: ე. შარგოროდსკი (კინგს კოლეჯი, ლონდონი), გ. ტეფნაძე, მ. ცაავა, გ. თუთბერიძე, ზ. ვაშაკიძე (საქართველოს უნივერსიტეტი)

4. როლანდ დუდუჩავა (საგრანტო პროექტის ხელმძღვანელი), ძირითადი შემსრულებლები: ე. შარგოროდსკი (კინგს კოლეჯი, ლონდონი), გ. ტეფნაძე, მ. ცაავა, გ. თუთბერიძე, ზ. ვაშაკიძე (საქართველოს უნივერსიტეტი)

5. დავით ნატროშვილი (პროექტის ხელმძღვანელი), ო. ჭკადუა, თ. ბუჭუკური (ძირითადი შემსრულებლები)

### **დასრულებული კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. პრობლემატიკას, რომელსაც განვიხილავთ მიმდინარე პროექტში არის მეტად მნიშვნელოვანი მათემატიკურ ანალიზისა და მის გამოყენებებში. ისინი მოითხოვენ ტექნიკას, რომელიც უმეტესწილად განვითარდა უკანასკნელი ოთხი ათეული წლის განმავლობაში.

მეორე საანგარიშო პერიოდის განმავლობაში განვიხილეთ ამოცანა 2, ამოცანა 3 და ამოცანა 6 (იხილეთ საპროექტო წინანდადება).

1) დავამტკიცეთ ძლიერად შეჯამებადობის თეორემები ორგანზომილებიანი უოლშის და ტრიგონომეტრიული მწკრივების კერძო ჯამების მიმართ კლასიკურ და მარტინგალურ ჰარდის  $H_p$  სივრცეებში, როცა  $0 < p \leq 1$  იმ შემთხვევაში, როცა ინდექსები არიან შეზღუდულნი პირობით  $2^{-n} \leq k_i/k_{i+1} \leq 2^n$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ .

2) დავამტკიცეთ ძლიერად შეჯამებადობის თეორემები ორგანზომილებიანი უოლშის და ტრიგონომეტრიული მწკრივების დიაგონალური კერძო ჯამების მიმართ კლასიკურ და მარტინგალურ ჰარდის  $H_p$  სივრცეებში, როცა  $0 < p \leq 1$ .

3) შევისწავლით სინგულარული ინტეგრალური ოპერატორების ანალოგებს (კონვოლუციები უზან-უზან მუდმივი სიმბოლოებით), რათა გამოვიყენოთ ლოკალიზაციისთვის ბანახის ალგებრებში.

საანგარიშო პერიოდში შესრულდა 8 მოხსენება პრეზენტაცია საერთაშორისო სამეცნიერო ღონისძიებაზე საზღვარგარეთ.

2 მოხსენება შესრულდა როლანდ დუდუჩავასა და გიორგი ტეფნაძის მიერ შემდეგ საერთაშორისო კონფერენციაზე „ოპერატორების თეორია და გამოყენებები“ IWOTA, 2022 წლის 6 – 10 სექტემბერი, კრაკოვი, პოლონეთი. ორი მოხსენება როლანდ დუდუჩავასა და გიორგი ტეფნაძის მიერ გენტში (ბელგია) ვიზიტის დროს, რ. დუდუჩავას მოხსენება ავეროში (პორტუგალია) ორი მოხსენება შესრულდა გიორგი თუთბერიძის და გიორგი ტეფნაძის მიერ ნორვეგიაში ვიზიტის ფარგლებში.

ასევე შედგა 3 მოხსენება საქართველოში გამართულ საერთაშორისო კონფერენციაზე „XII International Conference of the Georgian Mathematical Union“, მომხსენებლები იყვნენ როლანდ დუდუჩავა, გიორგი თუთბერიძე და გიორგი ტეფნაძე.

რ. დუდუჩავას მოხსენებებთან დაკავშირებული ინფორმაცია, როგორცაა სათაური, დრო და ა.შ., დამატებითი ინფორმაციის სახით არის წარმოდგენილი.

2. პროექტის ფარგლებში ჩვენ ვიკვლევთ დიფრაქციის ამოცანებს ორგანზომილებიან ბადეშიგაცვლებული ტალღებისთვის. კერძოდ შესწავლილია ორი ამოცანა: პირველ ამოცანაშიგანხილულია ამოცანები ნახევრად

უსასრულო სამკუთხა ბადეზე, და შესაბამისად შესწავლილია დირიხლეს ამოცანები ჰელმჰოლცის დისკრეტული განტოლებისთვის ნახევარ სიბრტყეში. მიღებულია ახალი შედეგები ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის შესახებ, როდესაც ტალღური რიცხვი  $k \in (0, 3)\sqrt{2}$ . ასევე მიღებულია ამონახსნის ზუსტი წარმოდგენის ფორმულა. მეორე ამოცანაში შესწავლილია დირიხლეს გარე ამოცანა ჰელმჰოლცის დისკრეტული განტოლებისთვის სამკუთხა მესერში. მიღებულია ახალი შედეგები ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის შესახებ, როდესაც ტალღური რიცხვი  $k \in (0, 2\sqrt{2})$ . განხილულია რამდენიმე მაგალითი, სადაც მიღებული შედეგებისა და რიცხვითი მიახლოებებისთვის შემუშავებული ალგორითმის საშუალებით ნაჩვენებია ჩვენი მეთოდის ეფექტურობა აღნიშნული ტიპის ამოცანების შესწავლისას.

მიღებული შედეგები გამოქვეყნებულია ორი სამეცნიერო პუბლიკაცია და წარდგენილია ერთადგილობრივ და სამ საერთაშორისო კონფერენციაზე.

3. 1) ონლაინ სემინარების სამართავად შექმნილია მმართველი საბჭო როლანდ დუდუჩავას ხელმძღვანელობით, რომელშიც გაერთიანებული არის 15 წამყვანი მათემატიკოსი 9 უნივერსიტეტიდან, მათ შორის საქართველოს უნივერსიტეტიდან, თსუ-დან, ქუთაისის და ბათუმის უნივერსიტეტებიდან, ქუთაისის საერთაშორისო უნივერსიტეტიდან, კალიფორნიის უნივერსიტეტიდან (აშშ), კინგს კოლეჯიდან (დიდი ბრიტანეთი), თავისუფალი უნივერსიტეტიდან და წმიდა ანდრეას სახელობის საპატრიარქოს უნივერსიტეტიდან. 2)

2) გაიმართა 16 ონლაინ ლექცია (იხ. ფეისბუქ გვერდი „მათემატიკის საოცარი სამყარო/The Fascinating World of Mathematics | Facebook“ და მოხსენებათა პოსტერები.

3) 2023 წლის 10 ივნისს ჩატარდა პრეზენტაციების კონკურსი სკოლის მოსწავლეებს შორის. გაიმარჯვეს:

I ადგილი: ჭალაიძე ალექსანდრე, მე-2 საჯარო სკოლა, მე-12 კლასი, ბათუმი, გადაეცემა ლეპტოპი და სიგელი

II ადგილი: გოდაძე ნანი, ნიკო ნიკოლაძის სახელობის სკოლა ლიცეუმი, მე-12 კლასი, ქ.ქუთაისი . გადაეცემა ლეპტოპი და სიგელი.

III ადგილი: ჩახნაშვილი ციცი, 26-ე საჯარო სკოლა, მე-12 კლასი, თბილისი. გადაეცემა პლანშეტი და სიგელი

IV ადგილი: სოლოღაშვილი მიხეილი, თბილისის პირველი ექსპერიმენტული სკოლა, მე-12 კლასი, გადაეცემა სიგელი

V ადგილი: კაპანაძე ალექსანდრე, ვილნიუსი (ლიტვა) მე-12 კლასი. გადაეცემა სიგელი

4) 2023 წლის 24 ივნისს საზეიმო ვითარებაში მოხდებოდა პრეზენტაციების კონკურსში გამარჯვებულთა დაჯილდოება. დაჯილდოების ცერემონიის ამსახველ მასალა დევს ფეისბუქზე.

4. საერთაშორისო ვორკშოფი ანალიზსა და კერძოწარმოებულ დიფერენციალურ განტოლებებში ჩატარდა ძალიან მაღალ დონეზე. კონფერენციაზე პლენარული და ნახევრად პლენარული მოხსენებები გააკეთეს ცნობილმა მათემატიკოსებმა მსოფლიოს მასშტაბით. ამასთან, ბევრ ახალგაზრდა ქართველ და უცხოელ მათემატიკოსს მიეცათ საშუალება გაეკეთებინათ მოხსენებები და დაემყარებინათ სამეცნიერო კავშირი უცხოელ კოლეგებთან. აღსანიშნავია, რომ კონფერენციის მონაწილეებს შორის ჭარბობდა უცხოელი მათემატიკოსები.

ეს კონფერენცია ძალზედ პროდუქტიული გამოდგა სამეცნიერო თანამშრომლობის კუთხით და დაიგეგმა რამდენიმე საერთო სამეცნიერო სტატიის შესრულება ღონისძიების მონაწილე უცხოელ კოლეგებთან. ასევე ღონისძიების ფარგლებში წარმოიშვა იდეა მორიგ ჰორაიზონ ვეროპის კონკურსში საერთო განაცხადის შეტანაზე, რაც გაამყარებს ჩვენს კავშირებს უცხოელ მეცნიერებთან.

კონფერენციაში მონაწილე მეცნიერების მაღალი ცნობადობის საფუძველზე Springer/Birkhauser-ის გამომცემლობასთან დაიდო ხელშეკრულება

კონფერენციაზე გაკეთებული მოხსენებების გაფართოებული სახით გამოცემაზე. აღნიშნული ტომი ციტირებადი იქნება სკოპუსისა და ელსევიერის ბაზებში. აღსანიშნავია, რომ ღონისძიების მაღალ დონეზე ჩატარების გამო უცხოელმა მონაწილეებმა გამოთქვეს სურვილი კონფერენციის ყოველწლიურად ჩატარების თაობაზე და მათი მხრიდან გამოითქვა სურვილი შემდეგ წლებშიც მონაწილეობაზე.

#### 4. უცხოური გრანტებით დაფინანსებული სამეცნიერო პროექტები

##### 4.2.

1) დასრულებული (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი, დამფინანსებელი ორგანიზაცია/სამეცნიერო ფონდი, ქვეყანა, პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. **Pseudodifferential equations on Lie groups and applications**, ევროკავშირის გრანტი "ქართველ მეცნიერთა მობილობა", გრანტზე მუშაობის ადგილი: გენტის უნივერსიტეტი, ბელგია, 18.04.2023-16.07.2023



2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. როლანდ დუდუჩავა (გრანტის მიმღები)

**დასრულებული კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. ინტერვალი  $G = (-1,1)$  გადაიქცევა ლის ჯგუფად თუ ჯგუფური ოპერაცია განმარტებულია ტოლობით  $x \circ y := (x + y)(1 + xy) - 1$ ,  $x, y \in G$ . შედეგად ამ ინტერვალზე განიმარტება ინვარიანტული ჰაარის ზომა  $dG(x) := (1 - x^2)^{-1} dx$  და ფურიეს გარდაქმნა  $F_G$ . მისი შებრუნებული  $F^{-1}$ , და შეგვიძლია განვიხილოთ ფურიეს კონვოლუციის ოპერატორები  $W^0 := F^{-1}aF S(G) \rightarrow S'(G)$ . კონვოლუციების ამ კლასში შედის ცნობილი პრანდტლის, ტრიკომისა და ლავრენჯევ-ბიწამის განტოლებები და ასევე ადაპტირებული დიფერენციალური ოპერატორები. განიმარტება ადაპტირებული ბესელის პოტენციალთა სივრცეები და განხილულია კონვოლუციის ოპერატორები, განმარტებულია მათი სიმბოლოები  $a(\xi)$ ,  $\xi \in \mathbb{R}$ , რომლებიც აგებენ პასუხს კონვოლუციის განტოლების ამოხსნადობაზე: განტოლება ცალსახად ამოსახსნელია, თუ და მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ სიმბოლო  $a$  ელიფსურია. რის გამოც ამონახსნი იწერება ცხადად შებრუნებული სიმბოლოს დახმარებით. მოკლედ ვეხებით ლის ჯგუფის მრავალგანზომილებიან ანალოგს ჯგუფს  $G^5$ .

პირველად იქნა განმარტებული ადაპტირებული (Generic) ბესელის პოტენციალთა სივრცეები, რომლებიც მიესადაგება ლის შესაბამის ჯგუფზე განსახილავ ინტეგრალურ და დიფერენციალურ ოპერატორებს. განხილულ იქნა დირიხლეს, ნეიმანის და შერეული დირიხლე-ნეიმანის სასაზღვრო ამოცანები ჰიპერზედაპირზე კუთხოვანი წერტილებით საზღვარზე (ლიფშიცის საზღვარი) ლაპლას-ბელტრამის განტოლებისათვის ადაპტირებულ ბესელის პოტენციალთა სივრცეებში. მიღებულია ასეთი სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნადობის ცხადი პირობები და მოძებნილია ამონახსნთა სინგულარობის ზუსტი მაჩვენებლები სივრცის პარამეტრების ენაზე.

თანავტორებთან დ. კარდონა, ა. ჰენდრიკსი და მ. რუჟანსკისთან ერთად გამოკვლეული იქნა ფსევდოდოფერენციალური განტოლებები ლის ჯგუფზე  $G^5 = (-1,1)^5$  კერძოდ, დამტკიცდა შემოსაზღვრულობის თეორემები, გოხბერგის ლემა კომპაქტურობის შესახებ, ატია-ზინგერ-ფედოსოვის ინდექსის ფორმულა და მრავალი სხვა.

**6. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა საქართველოში**

**6.4. სტატიები ჟურნალის/კრებულის ISSN-ის მითითებით**

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით (არსებობის შემთხვევაში); გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა; გვერდების რაოდენობა

1. **T. Buchukuri**, “Pseudo-Oscillation Equation of Heat Transfer in Thin Plates” მიღებულია გამოსაქვეყნებლად ჟურნალში *Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics*, ISSN 1512-0015; ა. რაზმადის მათემატიკის ინსტიტუტი, ი. ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი; 17 გვ.
2. **O. Chkadua**, A. Toloraia, *Mixed Type Boundary-Transmission Problems with Interior Cracks of the Thermo-Piezo-Electricity Theory Without Energy Dissipation*. *Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics*, Vol. 89, ISSN 1512-0015, 2023, pp. 79-98, ISSN 1512-0015; ა. რაზმადის მათემატიკის ინსტიტუტი, ი. ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი; 20 გვ.
3. **O. Chkadua**, A. Ediberidze, *Localized boundary-domain integral equations approach for Dirichlet pseudo-oscillation problem of the couple-stress elasticity*, *Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute*. Vol. 177, Issue 3, ISSN 2346-8092 (2023), pp. 367-389. ISSN 1512-0015; ა. რაზმადის მათემატიკის ინსტიტუტი, ი. ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი; 22 გვ.
4. **O. Chkadua**, A. Toloraia, “Mixed type transmission dynamical problems with interior cracks of the thermo-piezo-electricity theory without energy dissipation”, მიღებულია გამოსაქვეყნებლად ჟურნალში *Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics*, ISSN 1512-0015; ა. რაზმადის მათემატიკის ინსტიტუტი, ი. ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი; 18 გვ.

**ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. შესწავლილია სითბოგამტარებლობის ფსევდო-რხევის განტოლებისთვის დასმული დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანა თხელ ფენაში შუა  $C$  ჰიპერზედაპირით. ნაჩვენებია რომ ამ ამოცანის ამონახსნის ზღვარი  $\Gamma$  კრებადობის აზრით როდესაც ფენის სისქე ნულისკენ მიისწრაფის წარმოადგენს  $C$  ჰიპერზედაპირზე

განსაზღვრული ლაპლას-ბელტრამის განტოლების დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანის ამონახსნს. კვლევისას გამოყენებულია ამოცანის ვარიაციული ფორმულირება და გიუნტერის მხეზი დიფერენციალური ოპერატორების აღრიცხვა. ამ თემისადმი მიძღვნილი მეტამასალებისა და კრისტალებისთვის განხილულია დიფრაქციის გარე ამოცანების მათემატიკური მოდელი სამკუთხა მესერისთვის. წინა წლებში მიღებული შედეგების გამოყენებით დამტკიცებულია არსებობისა და ერთადერთობის თეორემები, მიღებულია ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულები. მიღებული შედეგები მოხსნებულია რამდენიმე საერთაშორისო კონფერენციაზე და გამოქვეყნებულია რამდენიმე სამეცნიერო სტატია.

- ნაშრომში შესწავლილია თერმო-ელექტრო-დრეკადობის თეორიის შერეული ტიპის ურთიერთქმედების სასაზღვრო-ტრანსმისიის ფსევდორხევის ამოცანა შიგა ბზარებით. განხილული თერმო-პიეზო-ელექტრული მოდელი ეფუძნება გრინ-ნახდის თეორიას ენერჯის დისიპაციის (გაზნევის) გარეშე.

პოტენციალთა და საზღვრიან ზედაპირზე განსაზღვრულ ფსევდოდიფერენციალურ განტოლებათა მეთოდის გამოყენებით დამტკიცებულია ბზარის ტიპის ტრანსმისიის ამოცანის ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემა. გამოკვლეულია ამონახსნის რეგულარობა სინგულარული წირების მიდამოში. სიგულარული წირებია ბზარის კიდე და ის წირი, სადაც იცვლება სასაზღვრო პირობები. ამონახსნის რეგულარობა საზოგადოდ დამოკიდებულია მასალის პარამეტრებზე და არ არის დამოკიდებული იმ წირის გეომეტრიაზე სადაც იცვლება სასაზღვრო პირობები, ხოლო ბზარის კიდის მიდამოში ამონახსნის სიგლუვე  $\frac{1}{2}$  უდრის.

- ნაშრომი ეძღვნება ლოკალიზებული პარამეტრიქსის მეთოდის განვითარებას დრეკადობის მომენტური თეორიის დირიხლეს ფსევდორხევის 3-განზომილებიანი ამოცანის არაერთგვაროვანი იზოტროპული სხეულების შემთხვევაში.

გრინის ინტეგრალური წარმოდგენის ფორმულისა და ლოკალიზებული პოტენციალების გამოყენებით თვისებებით და მოცულობითი პოტენციალით, ჩვენ დაგვყავს დირიხლეს ამოცანა ლოკალიზებული სასაზღვრო-სივრცულ ინტეგრალურ განტოლებათა სისტემაზე (LBDIE). შესწავლილია დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანისა და შესაბამისი ლოკალიზებული სასაზღვრო-სივრცულ ინტეგრალურ განტოლებათა სისტემის ეკვივალენტობა.

მიღებული ლოკალიზებული სასაზღვრო-სივრცული ინტეგრალური ოპერატორი ეკუთვნის ბუტე დე მონველის ალგებრას. ვინერ-ჰოფის ფაქტორიზაციის მეთოდის გამოყენებით ნაჩვენებია, რომ ლოკალიზებული სასაზღვრო-სივრცული ინტეგრალური ოპერატორი არის ფრედჰოლ-მური და დადგენილია მისი შეზღუდვადადობა შესაბამის სობოლევის სივრცეებში.

- ნაშრომში შესწავლილია შერეული ტიპის თერმო-დრეკადი და თერმო-ელექტრო-დრეკადი სხეულების ურთიერთქმედების დინამიკური ტრანსმისიის ამოცანა შიგა ბზარებით. განხილული თერმო-ელექტრო-დრეკადი მოდელი ეფუძნება გრინ-ნახდის თეორიას ენერჯის დისიპაციის გარეშე. ამ თეორიაში დასაშვებია თერმული ტალღების გავრცელება სასრული სიჩქარით. ლაპლასის გარდაქმნის, პოტენციალთა და სასაზღვრო ფსევდოდიფერენციალურ განტოლებათა მეთოდის გამოყენებით მტკიცდება ამოცანის ამონახსნთა არსებობისა და ერთადერთობის თეორემები და შესწავლილია მათი სიგლუვე.

## 7. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა უცხოეთში

### 7.3. სტატიები

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური, ციფრული (დიგიტალური) საიდენტიფიკაციო კოდი DOI; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით; გვერდების რაოდენობა

- R. Duduchava**, "Convolution equations on the Lie group  $G = (-1,1)$ " Georgian Mathematical Journal, vol. 30, no. 5, 2023, pp. 683-702. <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2035>
- R. Duduchava**, Laplace-Beltrami Equation on Lipschitz Hypersurfaces in the Generic Bessel Potential Spaces, Accepted to "Research Perspectives Ghent Analysis and PDE Center", Trends in Mathematics Series, Birkhäuser/Springer, 2023. pp. 1-6.
- R. Duduchava, M. Tsaava, M. Tutberidze**, Mixed boundary value problems for the Helmholtz equation in a model 2D double angular domain, Accepted to "Research Perspectives Ghent Analysis and PDE Center", Trends in Mathematics Series, Birkhäuser/Springer, 2023. pp. 1-8.
- T. Buchukuri, R. Duduchava, G. Tephnadze, M. Tsaava**,  $\Gamma$ -convergence for the bi-Laplace-Beltrami equation on hypersurfaces, Accepted to "Research Perspectives Ghent Analysis and PDE Center", Trends in Mathematics Series, Birkhäuser/Springer, 2023. pp. 1-8.

5. **D. Kapanadze, E. Pesetskaya:** Half-plane diffraction problems on a triangular lattice. J Eng Math 138, 5 (2023). DOI: 10.1007/s10665-022-10252-5
6. **D. Kapanadze, E. Pesetskaya:** Exterior diffraction problems for a triangular lattice. Mathematics and Mechanics of Solids 28(12):2596-2609 (2023). DOI: 10.1177/10812865231171111
7. **G. Chkadua, E. Shargorodsky,** Asymptotic Analysis of Fundamental Solutions of Hypoelliptic Operator, Georgian Mathematical Journal, <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2072>, ISSN 1512-0015, Germany De Gruyter, 25.
8. **G. Chkadua, D. Natroshvili,** Mathematical problems of dynamical interaction of fluids and multiferroic solids, Applicable Analysis, Vol. 102, Issue 18, 2023, ISSN 1563-504X, <https://doi.org/10.1080/00036811.2023.2171874> pp.5224-5250, Taylor & Francis, USA, 27
9. **A. Gachechiladze, R. Gachechiladze,** Boundary contact problems with regard to friction of couple-stress viscoelasticity for inhomogeneous anisotropic bodies (quasi-static cases), Georgian Math. J. 30 (2023), no. 6, 855-871.

**ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. სტატიაში ნაჩვენებია, რომ ინტერვალი  $G = (-1, 1)$  იქცევა ლის ჯგუფად ჯგუფური ოპერაციის  $x \circ y := (x + y)(1 + xy) - 1$ ,  $x, y \in G$  მიმართ. ეს საშუალებას იძლევა განიმარტოს ამ ინტერვალზე ინვარიანტული ჰაარის ზომა  $dG(x) := (1 - x^2)^{-1} dx$  და ფურიეს ტრანსფორმაცია  $F_G$  და, შედეგად, შეგვიძლია განვიხილოთ ფურიეს კონვოლუციის ოპერატორები  $W^0_a := F^{-1} a F S(G) \rightarrow S'(G)$ . კონვოლუციების ამ კლასში შედის ცნობილი პრანდტლის, ტრიკომისა და ლავრენჯევ-ბიწაძის განტოლებები და ასევე ადაპტირებული დიფერენციალური ოპერატორები. განიმარტება ადაპტირებული ბესელის პოტენციალთა სივრცეები და განხილულია კონვოლუციის ოპერატორები, განმარტებულია მათი სიმბოლოები  $a(\xi)$ ,  $\xi \in \mathbb{R}$ , რომლებიც აგებენ პასუხს კონვოლუციის განტოლების ამოხსნადაზღვევას: განტოლება ცალსახად ამოხსნადია, მხოლოდ და მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ სიმბოლო  $a$  ელიფსურია. ამოხსნა იწერება ცხადად შებრუნებული სიმბოლოს დახმარებით. მოკლედ ვეხებით ლის ჯგუფის მრავალგანზომილებიან ანალოგს ჯგუფს  $G^5$ .

2. სტატიაში განხილულია დირიხლეს, ნეიმანის და შერეული დირიხლე-ნეიმანის სასაზღვრო ამოცანები ჰიპერზედაპირზე კუთხოვანი წერტილებით საზღვარზე (ლიფშიცის საზღვარი) ლაპლას-ბელტრამის განტოლებისათვის ადაპტირებულ ბესელის პოტენციალთა სივრცეში. მიღებულია ასეთი სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნადობის ცხადი პირობები და მოძებნილია ამონახსნთა სინგულარობის ზუსტი მაჩვენებლები სივრცის პარამეტრების ენაზე.

3. სტატიაში განხილულია დირიხლეს, ნეიმანის და შერეული დირიხლე-ნეიმანის სასაზღვრო ამოცანები კუთხეში სიბრტყეზე ჰელმჰოლცის განტოლებისათვის კლასიკურ ბესელის პოტენციალთა სივრცეში. მიღებულია ასეთი სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნადობის პირობები სიმბოლოს ელიფსურობის ენაზე.

4. სტატიაში შესწავლილია შერეული სასაზღვრო ამოცანა ბი-ლაპლასის განტოლებისთვის ზედაპირის გარშემო თხელ ფენაში საზღვრით. ჩვენი მიზანი იყო დაგვედგინა რა სასაზღვრო ამოცანის ამონახსნისკენ მიისწრაფის ამ ამოცანის ამონახსნი, როდესაც ფენის სისქე მიისწრაფის ნულისკენ. ნაჩვენებია, რომ ლაპლასის განტოლება საწყის თხელ ფენაში ზღვარში გარდაიქმნება შესაბამის დირიხლეს ამოცანად ბი-ლაპლას-ბელტრამის განტოლებისთვის ზედაპირზე. კვლევის დროს ვიყენებთ ვარიაციულ ფორმულირებას და გიუნტერის მხები დიფერენციალური ოპერატორების აღრიცხვას ჰიპერზედაპირზე და შესაბამის შრეზე. დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანა  $\mathcal{C}$  ზედაპირზე წარმოადგენს საწყისი შერეული სასაზღვრო ამოცანის  $\Gamma$  ზღვარს და ჩაიწერება გიუნტერის მხები წარმოებულების  $D_k := \partial_k - \nu_k \partial_n$ ,  $k = 1, 2, 3$  საშუალებით  $\mathcal{C}$  ზედაპირზე, სადაც  $\nu$  ზედაპირის გარე ნორმალაა, ხოლო  $\partial_n$  არის ნორმალური წარმოებული. მიღებული სასაზღვრო ამოცანა წარმოადგენს გარსის განტოლების ახალ ფორმას. ეს მიდგომა საშუალებას იძლევა მივიღოთ მირითადი დიფერენციალური ოპერატორების და შესაბამისი სასაზღვრო ამოცანების გლობალური წარმოადგენა გარემომცველი ევკლიდური სივრცის შესახებ სტანდარტული დეკარტეს კოორდინატების თვალსაზრისით.

5. ჩვენ ვიკვლევთ წვრილი ჭრილის დიფრაქციის ამოცანებს ორგანზომილებიან ბადეში გავრცელებული ტალღებისთვის. სპეციალური სტრუქტურა საშუალებას გვაძლევს განვიხილოთ ამოცანები ნახევრად უსასრულო სამკუთხა ბადეზე, შესაბამისად, ვსწავლობთ დირიხლეს ამოცანებს ჰელმჰოლცის დისკრეტული განტოლებისთვის ნახევარ სიბრტყეში. მიღებულია ახალი შედეგები ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის შესახებ, როდესაც ტალღური რიცხვი  $k \in (0, 3)\{2\sqrt{2}\}$ . ასევე მიღებულია ამონახსნის ზუსტი წარმოდგენის ფორმულა.

6. შესწავლილია დირიხლეს გარე ამოცანა ჰელმჰოლცის დისკრეტული განტოლებისთვის სამკუთხა მესერში. მიღებულია ახალი შედეგები ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის შესახებ, როდესაც ტალღური რიცხვი

$k \in (0, 2\sqrt{2})$ . განხილულია რამდენიმე მაგალითი, სადაც მიღებული შედეგებისა და რიცხვითი მახასიათებლებისთვის შემუშავებული ალგორითმის საშუალებით ნაჩვენებია ჩვენი მეთოდის ეფექტურობა აღნიშნული ტიპის ამოცანების შესწავლისას.

7. ჰიპოელიფსური კერძოწარმოებულნიანი დიფერენციალური განტოლების

$$P(i\partial_x) = (P_1(i\partial_x))^{m_1} \dots (P_l(i\partial_x))^{m_l}$$

ფუნდამენტური ამონახსნისთვის შესწავლილია ასიმპტოტური ყოფაქცევა უსასრულობაში, როდესაც მახასიათებელ პოლინომს გააჩნია ჯერადი ნამდვილი ფესვები. ფუნდამენტური ამონახსნის ასიმპტოტური გაშლის საფუძველზე შემოტანილია ასიმპტოტური კლასები სადაც დამტკიცებულია განტოლების

$$P(i\partial_x)u = f \quad R^n - \text{ში}$$

არსებობის და ერთადერთობის თეორემები მთელს სივრცეში. მიღებული შედეგებიდან გამოდინარეობს ახალი ერთადერთობის თეორემა კლასიკური ჰელმჰოლცის განტოლების შემთხვევაში. ნაშრომში განხილულია სითხისა და სხეულის აკუსტიკური ურთიერთქმედების 3-განზომილებიანი მოდელი, როდესაც ელექტრო-მაგნეტო-დრეკად სხეულს უკავია  $\Omega^+$  შემოსაზღვრული არე, რომელიც ჩადგმულია  $\Omega^- = R^3 \setminus \Omega^+$  შემოსაზღვრულ არეში. შემოსაზღვრულ  $\Omega^+$  არეში განხილულია თერმო-ელექტრო-მაგნეტო დრეკადობის თეორიის განზოგადებული გრინ-ლინდსეის მოდელი, ამ შემთხვევაში შემოსაზღვრულ  $\Omega^+$  არეში არის ექვსგანზომილებიანი თერმო-ელექტრო-მაგნეტო-დრეკადი ველი (გადაადგილების ვექტორის სამი კომპონენტი, ელექტრული პოტენციალი, მაგნიტური პოტენციალი და ტემპერატურის გავრცელების ფუნქცია), ხოლო  $\Omega^-$  შემოსაზღვრულ არეში-აკუსტიკური წნევის სკალარული ველი. ფიზიკური კინემატიკური და დინამიკური ურთიერთქმედებები მათემატიკურად აღიწერილია შესაბამისი სასაზღვრო და ტრანსმისიის პირობებით.

8. ლაპლასის გარდაქმნის გამოყენებით დინამიკის ურთიერთქმედების ამოცანა დაიყვანება შესაბამის ტრანსმისიის სასაზღვრო ამოცანაზე ელიფსური ფსევდოორბევის განტოლებებისთვის  $\mathbb{R}^n$  კომპლექსური პარამეტრით. მიღებულია შესაბამისი ნორმების შეფასებები  $\mathbb{R}^n$  კომპლექსური პარამეტრის მიმართ და აგებულია დინამიკის ამოცანის ამონახსნი შებრუნებული ლაპლასის გარდაქმნით. შედეგად დამტკიცებულია არსებობის, ერთადერთობის და რეგულარობის თეორემები დინამიკის ურთიერთქმედების ამოცანისთვის.

9. ნაშრომში გამოკვლეულია ბლანტი დრეკადობის თეორიის სასაზღვრო საკონტაქტო ამოცანა კვაზი-სტატიკურ შემთხვევაში ხახუნის გათვალისწინებით ანიზოტროპული არაერთგვაროვანი სხეულებისათვის. განხილულია კორეციტიული შემთხვევა, როდესაც სხეული საზღვრის დადებითი ზომის ნაწილით ხისტად არის ჩამაგრებული. განსახილველი ამოცანის სუსტი ამონახსნის ერთადერთობის საკითხი შესწავლილია გრინის ფორმულებისა და ენერჯის ფორმის დადებითად განსაზღვრულობის გამოყენებით. ამონახსნის არსებობის საკითხის გამოკვლევისათვის სასაზღვრო საკონტაქტო ამოცანა ეკვივალენტურად დაიყვანება სივრცით ვარიაციულ უტოლობაზე. მცირე პარამეტრზე დამოკიდებული რეგულარიზაციის შედეგად ვარიაციული უტოლება თავის მხრივ ეკვივალენტურად დაიყვანება ვარიაციულ განტოლებაზე, რომლის შესწავლა ხდება ფაედო-გალიორკინის მეთოდით. გარკვეული აპრიორული შეფასებების მიღების შემდეგ შესაძლებელი ხდება ზღვარზე გადასვლა ჯერ განზომილების და შემდეგ კი მცირე პარამეტრის მიმართ. და ბოლოს მტკიცდება, რომ ზღვართი ფუნქცია არის დასმული სასაზღვრო საკონტაქტო ამოცანის სუატი ამონახსნი.

## 8. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა

### 8.1. საქართველოში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. **დ. კაპანაძე**, თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიძღვნილი აკადემიკოს ვიქტორ კუპრამის 120 წლისთავისადმი; 14-17 თებერვალი, 2023, თბილისი; მოხსენება: ნახევარსიბრტყის დიფრაქციის ამოცანები დისკრეტული ჰელმჰოლცის განტოლებებისთვის სამკუთხა მესერში
2. **დ. კაპანაძე**, XIII International Conference of the Georgian Mathematical Union; 4 - 9 სექტემბერი, 2023; ბათუმი; მოხსენება: Wave diffraction by a crack in triangular and hexagonal lattices
3. **გ. ჭკადუა**, TAPDE 2023. The Tbilisi Analysis and PDE . Workshop, August 30-September 02, 2023, The University of Georgia, Tbilisi; მოხსენება: Mathematical problems of dynamical interaction of fluids and multiferroics solids
4. **ა. გაჩეჩილაძე, რ. გაჩეჩილაძე**, საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIII საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, 4-9 სექტემბერი, 2023 წელი; მოხსენება: Boundary-Contact Problems with Regard to Friction of Couple-Stress Viscoelasticity for Inhomogeneous Anisotropic Bodies (Quasi-Static Cases)



5. **ო. ჭკადუა**, TAPDE 2023. The Tbilisi Analysis and PDE. Workshop, August 30-September 02, 2023, The University of Georgia, Tbilisi; მოხსენება: Solvability, asymptotic analysis and regularity results of dynamical interface crack type transmission problems of the generalized thermo-electro-magneto-elasticity for composed structures
6. **ა. თოლორაია, ო. ჭკადუა**, XIII International Conference of the Georgian Mathematical Union ; ბათუმი, 4-9 სექტემბერი, 2023 წელი; მოხსენება: Mixed type dynamical transmission problems with interior cracks of the thermo-piezo-electricity theory without energy dissipation
7. **გ. ჭკადუა**, თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიძღვნილი აკადემიკოს ვიქტორ კუპრაძის 120 წლისთავისადმი; 14-17 თებერვალი, 2023; თბილისი; მოხსენება: სითხისა და მულტიფეროიკული სხეულების დირექტულ ტიპის ურთიერთქმედების ამოცანა
8. **ო. ჭკადუა**, **ა. დანელია**, თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიძღვნილი აკადემიკოს ვიქტორ კუპრაძის 120 წლისთავისადმი; 14-17 თებერვალი, 2023, თბილისი. მოხსენება: თერმო-დრეკადობისა და თერმო-პიეზო-დრეკადობის დინამიკის ტრანსმისიის ამოცანები მიკრობრუნვის გათვალისწინებით
9. **რ. დუდუჩავა**, The Tbilisi Analysis & PDE Workshop, 30.08.2023–2.09.2023, თბილისი, საქართველოს უნივერსიტეტი. <https://tapde-workshop.ug.edu.ge/> პლენარული მოხსენება: „Convolutions on Lie groups, generic Bessel potential spaces and applications“
10. **რ. დუდუჩავა**, XIII International Conference of the Georgian Mathematical Union; 4 - 9 სექტემბერი, 2023, ბათუმი. სექციური მოხსენება: Generic Bessel potential spaces on Lie groups and their applications
11. **რ. დუდუჩავა**, თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიძღვნილი აკადემიკოს ვიქტორ კუპრაძის 120 წლისთავისადმი; 14-17 თებერვალი, 2023, თბილისი. მოხსენება: სასაზღვრო ინტეგრალური განტოლებები ბესელ-კონდრატევის სივრცეებში

## 8.2. უცხოეთში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. **რ. დუდუჩავა**, The 9-th International Conference „Mathematics & IT: Research and Education“ MITRE-2023 June 26 – 29, 2023, Chişinău, Republic of Moldova <https://mitre.usm.md/>; პლენარული მოხსენება: Laplace-Beltrami Equation On Lipschitz Hypersurfaces In The Generic Bessel Potential Spaces
2. **რ. დუდუჩავა**, The 34-th International Workshop on Operator Theory and its Applications (IWOTA), the University of Helsinki, Finland, July 31 - August 4, 2023. <https://www.helsinki.fi/en/conferences/iwota2023/>; სექციური მოხსენება: Laplace-Beltrami equation on Lipschitz hypersurface in the generic Bessel potential spaces
3. **რ. დუდუჩავა**, Nonlinear Phenomena in Biology, Ecology, Physics and Mechanics International Conference on the Occasion of the 70-th Birthday of Professor Messoud Efendiev 22.10.2023 – 26.10.2023; <https://unec.edu.az/en/dunya-sohretli-azerbaycanli-alim-mesud-efendiyevin-70-illik-yubileyi-kecirilib/>; მოხსენება: Shell Equation Derived by the  $\Gamma$ -Convergence
4. **რ. დუდუჩავა**, International April Mathematical Conference In Honor of the Kazakhstan Day of science workers April 5–7 and 10, 2023, Almaty, Kazakhstan <https://math.kz/category/conference> მოხსენება: Convolution equations on the Lie group  $S_{g=(-1,1)}$  and their applications
5. **რ. დუდუჩავა**, International Scientific Conference "Modern Problems Of Differential Equations And Their Applications" November 23-25, 2023. <https://mpdea.uz/web/index.php?r=site%2Fpage&page=1d> მოწვეული მოხსენება: Convolutions on Lie groups, generic Bessel potential spaces and applications.
6. **რ. დუდუჩავა**, Workshop on Operator Theory & Harmonic Analysis (OTHA) Fall 2023, December 17 - 21, 2023, Sirius (Sochi), Russia, <https://otha.sfedu.ru/workshop-otha-fall-2023/>. მოხსენება: Convolutions on Lie groups and generic Bessel potential space
7. **დ. კაპანაძე**, Traditional International April Mathematical Scientific Conference; 5-7 აპრილი, 2023; აღმათი, ყაზახეთი; მოხსენება: Diffraction problems on a triangular lattice
8. **დ. კაპანაძე**, International Congress on Fundamental and Applied Sciences;; 6 - 8 ივნისი, 2023; სტამბული, თურქეთი; მოხსენება: Wave Diffraction by a Crack in a Triangular Lattice

## სხვა აქტივობები

### რ. დუდუჩავა

1. საერთაშორისო ვორკშოპის The Tbilisi Analysis & PDE Workshop, 30.08.2023–2.09.2023, თბილისი, საქართველოს უნივერსიტეტი. <https://tapde-workshop.ug.edu.ge/> საორგანიზაციო კომიტეტის თავმჯდომარე.

2. ვებლმძვანელოზ ონლაინ სემინარებს Tbilisi analysis @ PDE seminar 2 კვირაში ერთჯერ ევგენი შარგოროდსკისთან ერთად (კინგს კოლეჯი, ლონდონი). 2021 წელს შედგა 20 მსოფლიოში ცნობილი მრავალი მათემატიკოსის მოხსენება მომხსენებელთა სია, მოხსენებათა ბანერები და თვით მოხსენებების ჩანაწერები განთავსებულია ვებ გვერდზე <https://www.ug.edu.ge/ge/tbilisi-analysis-and-pde-seminar>
3. ვებლმძვანელოზ ონლაინ სემინარებს მოსწავლეებისათვის „მათემატიკის საოცარი სამყარო“ რომელიც ტარდება ორ კვირაში ერთჯერ. სემინარებს მართავს მმართველი საბჭო, სადაც გაერთიანებულია 10 მათემატიკოსი საქართველიდან, 1 დიდი ბრიტანეთიდან და 1 აშშ-დან.  
2022-2023 წელს გაკეთდა 15-მდე მოხსენება პოპულარულ თემებზე, ჩატარდა პრეზენტაციების კონკურსი მოსწავლეებისათვის და 6 გამარჯვებული დაჯილდოვდა ლეპტოპით და პლანშეტებით.  
მოვიპოვეთ შოთა რუსთაველის ფონდის გრანტი მეცნიერების პოპულარიზაციაში SPG-22-2194 (იხ. ზემოთ).  
დაწვრილებით ინფორმაციას შეიძლება გაეცნოთ სემინარის ფეისბუქ-გვერდზე [https://www.facebook.com/groups/291285533233735/members/?notif\\_id=1610304616133700&notif\\_t=groups\\_invite\\_more\\_people&ref=notif](https://www.facebook.com/groups/291285533233735/members/?notif_id=1610304616133700&notif_t=groups_invite_more_people&ref=notif)
4. სამეცნიერო გამოცემების რედაქციების წევრი
  - ა. Integral Equations and Operator Theory, Birkhauser
  - ბ. Georgian Mathematical Journal, De Gruyter
  - გ. Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics, A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi.
  - დ. Tbilisi Mathematical Journal, Tbilisi.
5. მუშაობა საერთაშორისო სამეცნიერო ორგანიზაციებში
  - ა. ევროპის მათემატიკოსთა კავშირის სოლიდარობის კომიტეტის წევრი
  - ბ. აბრეშუმის გზის მათემატიკის ინსტიტუტის მმართველი საბჭოს წევრი, პეკინი, ჩინეთი
  - გ. IWOTA-ს (International Workshops on Operator Theory and Applications) საერთაშორისო კონფერენციების სერიის მმართველი საბჭოს წევრი
  - დ. კავკასიის მათემატიკოსთა კონფერენციების CMC მმართველი საბჭოს წევრი
6. 10-მდე საერთაშორისო მათემატიკური ჟურნალის რეცენზენტი. 2021 წელს დაწერილი მაქვს 25 რეცენზია.

#### ოთარ ჭკადუა

საერთაშორისო სამეცნიერო გამოცემების რეცენზენტი

1. *Georgian Mathematical Journal*;
2. *Memoirs on Partial Differential Equations and Mathematical Physics, A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi*;
3. *Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi*;
4. *Communications on Pure and Applied Analysis*;
5. *Complex Variables and Elliptic Equations*;
6. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*.

მიმდინარეობს მუშაობა მონოგრაფიებზე:

- 1) O. Chkadua, S.E. Mikhailov, D. Natroshvili, -“ *Boundary-Domain Integral and Integro-Differential Equations for Elliptic BVPs*”. ამ მონოგრაფიის გამოცემა იგეგმება “Springer”-ის გამოცემაში.
- 2) T. Buchukuri, O. Chkadua, D. Natroshvili, -“*Mathematical Problems of Generalized Thermo-Electro-Magneto\_Elasticity Theory*”, რომლის გამოცემა იგეგმება “Nova Science Publishers” გამოცემაში.

#### თენგიზ ბუჩუკური

საერთაშორისო მათემატიკური ჟურნალის “Georgian Mathematical Journal” პასუხისმგებელი რედაქტორი

## დრეკადობის მათემატიკური თეორიის განყოფილება

ნუგზარ შავლაყაძე (განყოფილების ხელმძღვანელი, მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), გიორგი კაპანაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), სერგო კუკუჯანოვი (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), ლიუზა შაფაქიძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), ლიდა გოგოლაური (მეცნიერი თანამშრომელი).

1. სახელმწიფო ბიუჯეტის პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების ჩამონათვალი:

1) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. უწყვეტ გარემოთა მექანიკის ზოგიერთი საკონტაქტო და შერეული სასაზღვრო ამოცანა; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: დრეკადობის მათემატიკური თეორია; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები: 2019-2023

2) პროექტის შესრულებაში მონაწილე პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. ნ. შავლაყაძე (პროექტის ხელმძღვანელი), ს. კუკუჯანოვი (შემსრულებელი), ლ. შაფაქიძე (შემსრულებელი), გ. კაპანაძე (შემსრულებელი), ლ. გოგოლაური (შემსრულებელი)

2. პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების შესრულების შედეგები

2.2.

1) დასრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. უწყვეტ გარემოთა მექანიკის ზოგიერთი საკონტაქტო და შერეული სასაზღვრო ამოცანა; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: დრეკადობის მათემატიკური თეორია; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები: 2019-2023

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. ნ. შავლაყაძე (პროექტის ხელმძღვანელი), ს. კუკუჯანოვი (შემსრულებელი), ლ. შაფაქიძე (შემსრულებელი), გ. კაპანაძე (შემსრულებელი), ლ. გოგოლაური (შემსრულებელი)

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. გამოკვლეულია ბლანტი დრეკადობის თეორიის საკონტაქტო ამოცანები, რომლებიც უკავშირდებიან სხვადასხვა კონტაქტის პირობებში ცოცხადობის თვისების მქონე არაერთგვაროვანი თხელკედლიანი სასრული ან ნახევრად უსასრულო ელემენტებისა (ჩართვები, სტრინგერები) და ამავე თვისების მქონე ნახევარსიბრტყის ან სიბრტყის ურთიერთქმედებას, როდესაც თხელკედლიანი ელემენტები იმყოფებიან ტანგენციალური ან ნორმალური დატვირთვების პირობებში. დადგენილია ტანგენციალური და ნორმალური საკონტაქტო ძაბვების ასიმპტოტური ყოფაქცევა განსაკუთრებულ წერტილების მახლობლობაში.

გამოკვლეულია უძრავი სინგულარობის მქონე სინგულარული ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებები, რომლების დაკავშირებულნი არიან უბან-უბან ერთგვაროვანი სხეულებისა და სასრული ან ნახევრადუსასრულო ჩართვების ურთიერთქმედებასთან. აგრეთვე ორგანოზომილებიანი სხვადასხვა რიგის ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებები, რომლებიც უკავშირდებიან ბლანტი დრეკადობის თეორიის სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანებთან სხვადასხვა საკონტაქტო პირობებით.

შესწავლილია წრფივი და არაწრფივი საკონტაქტო ამოცანები, როდესაც დრეკადი ელემენტები იმყოფებიან როგორც წრფივი, ასევე არაწრფივი დეფორმაციის პირობებში (ჰუკის წრფივი ან არაწრფივი კანონის პირობებში), კონტაქტის პირობა შეიძლება წარმოადგენდეს როგორც უწყვეტობის პირობას, ასევე ურთიერთქმედებაში მყოფ სხეულებს შორის თხელი ბლანტი ფენის არსებობას. დადგენილია საკონტაქტო

მაბევრების განსაკუთრებულობათა ხასიათი დრეკადი ელემენტების სიხისტის ცვლილების და არაწრფივობის კანონებთან მიმართებაში.

გამოკვლეულია დრეკადობისა და ბლანტი დრეკადობის დინამიკური სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანები.

შესწავლილია დრეკადობის ბრტყელი თეორიის ნაწილობრივ უცნობსაზღვრიანი ამოცანები ხვრელითა და წვეროებში ამონაჭრებით შესუსტებული მრავალკუთხა არეებისათვის. ამონახსნები ჩაწერილია ანალიზური სახით და აგებულია შესაბამისი დიაგრამები.

ჩატარებულია ნაწილობრივ უცნობსაზღვრიანი ამოცანების კვლევა ფირფიტის ღუნვის თეორიაში. ამოხსნილია თანაბრადმტკიცე კონტურების მოძებნის ამოცანა მართკუთხა ფირფიტის ღერძული გაჭიმვის შემთხვევაში. შესწავლილია ფირფიტების ღუნვის თეორიის პირდაპირი და შებრუნებული ამოცანები კონკრეტული არეებისათვის, აგრეთვე ბლანტი დრეკადობის ბრტყელი თეორიის კონკრეტული საკონტაქტო ამოცანები.

განხილულია რხევისა და დინამიური მდგრადობის ამოცანები ჩაკეტილი წინასწარ დატვირთული ბრუნვითი გარსებისათვის, გამოკვლეულია რხევისა და დინამიური მდგრადობის ამოცანები ორთოტროპული ჩაკეტილი, სამგანზომილებიანი და გახსნილი პროფილის მქონე წინასწარ დატვირთული ბრუნვითი გარსებისათვის. გამოკვლეულია ტემპერატურული ველის გავლენა ბრუნვითი გარსების რხევაზე და დინამიურ მდგრადობაზე.

შესწავლილია ცილინდრულ მილებში სითხის დინების მდგრადობის ამოცანები, კერძოდ განხილულია უძრავ ფოროვან ცილინდრებს შორის სითბოგამტარი სითხის დინების ამოცანა, ნაპოვია ამოცანის პარამეტრების ის კრიტიკული მნიშვნელობები, რომლის გადაჭარბების შემდეგ წარმოიქმნება რთული დინებები. უძრავ ჰორიზონტალურ ფოროვან ცილინდრებს შორის სითბოგამტარი სითხისათვის შესწავლილია არაწრფივ ამპლიტუდურ განტოლებათა სისტემების წონასწორობები. რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით აგებულია შესაძლო კვაზიპერიოდული რეჟიმების ფაზური ტრაექტორიები და გამოკვლეულია მათი მდგრადობა.

ბრუნავ ჰორიზონტალურ ცილინდრებს შორის სითხის დინებისათვის გამოკვლეულია აზიმუტური წნევის გრადიენტის მიმართულების გავლენა სითხის დინების ხასიათზე და ქაოსურ მოძრაობებში გადასვლებზე. შესწავლილია სხვადასხვა მიმართულებით ბრუნავ ჰორიზონტალურ ცილინდრებს შორის სითხის მდგრადობის დაკარგვის შედეგად ფორმირებული დინებების მდგრადობის საკითხები.

### 3. შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

#### 3.1.

1) გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. **ბლანტიდრეკადი დინამიკისა და არაწრფივი რხევის ზოგიერთი საკონტაქტო და სასაზღვრო ამოცანა. მიმართულება: მათემატიკა, FR-21-7307, 15.03.2022 – 15.03.2025**

2. **მრავალპორტიანი ტალღამტარი შესახსრების კომპიუტერული პროექტირება ადამიანის ნერვული ცენტრის ანალოგიით. ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებები. STEM-22-1210. 22.12.2022-22.12.2024.**

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. **ნუგზარ შავლაყაძე** – პროექტის ხელმძღვანელი, ნანა ოდიშელიძე - პროექტის კოორდინატორი, **სერგო ხარიბეგაშვილი** – მკვლევარი, პროექტის ძირითადი პერსონალი, **ოთარ ჯოხაძე** – მკვლევარი, პროექტის ძირითადი პერსონალი, **ბაჩული ფაჩულია** – პროექტის ძირითადი პერსონალი, **ახალგაზრდა მეცნიერი**, ციალა ჯამასპიშვილი – პროექტის ძირითადი პერსონალი, **ახალგაზრდა მეცნიერი**

2. **ნუგზარ შავლაყაძე** - პროექტის ხელმძღვანელი, **გიორგი კეკელია** - პროექტის ძირითადი პერსონალი, **მარინა შენგელია** - პროექტის ძირითადი პერსონალი, **მაია ქვეციშვილი**-პროექტის ძირითადი პერსონალი, **გელა ყიფიანი** - პროექტის ძირითადი პერსონალი

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. განხილულია დინამიკური საკონტაქტო ამოცანა თანაბრად განაწილებული ჰარმონიული დატვირთვების პირობებში მყოფი ბლანტიდრეკადი ნახევარსივრცისათვის, რომელიც შეიცავს ზოლის ფორმის ბზარს. კვლევინ-



ვოიგტას მასალისათვის ბლანტიდრეკადობის თეორიის ფარგლებში ნახევარსივრცისათვის სრულდება ე.წ. ანტიბრტყელი დეფორმაციის პირობები. მიღებული სხვაობიანი სასაზღვრო ამოცანა ინტეგრალური გარდაქმნებისა და კონტურული ინტეგრების მეთოდის გამოყენებით ბზარის გახსნის ფუნქციის მიმართ დაყვანილია პირველი გვარის ინტეგრალურ განტოლებაზე. ორთოგონალურ პოლინომთა თვისებების გამოყენებით ინტეგრალური განტოლება დაყვანილია უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემაზე. დამტკიცებულია მიღებული სისტემის კვაზი-სრულად რეგულარობა, როგორც შემოსაზღვრულ მიმდევრობათა სივრცეში, ასევე კვადრატით ჯამებად მიმდევრობათა სივრცეში. დაფუძნებულია რედუქციის მეთოდი და შეფასებულია კრებადობის სიჩქარე. გარდა ამისა, გამოთვლილია მხეები ძაბვის ინტენსივობის კოეფიციენტი ბზარის ბოლოს მახლობლობაში. ჩატარებულია მიღებული რიცხვითი შედეგების ანალიზი. აგრეთვე გამოკვლეულია აღნიშნული სასაზღვრო ამოცანა ბლანტიდრეკადობის ბოლცანო-ვოლტერას მოდელის პირობებში.

გარდა ამისა, განხილულია ბლანტიდრეკადი ნახევარსივრცისა და სასრული ჩართვის(დაკვრის) ურთიერთქმედების საკონტაქტო ამოცანა, როდესაც დრეკადი თხელკედლიანი ელემენტი იმყოფება ნორმალური და მხეები ჰარმონიული დატვირთვების პირობებში. ფურიეს ინტეგრალური გარდაქმნის გამოყენებით ლამეს განტოლებების ანალოგიური განტოლებები ბლანტიდრეკადობის თეორიაში დაყვანილია მეორე რიგის ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემაზე, რომლის ამონახსნი წარმოდგენილია ცხადი სახით. შესაბამისი სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანა კი დაყვანილია ინტეგრო-დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემაზე ან ასეთ განტოლებათა სისტემაზე შესაბამისი სასაზღვრო პირობებით. მიღებული ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლების ექვივალენტური უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემა გამოკვლეულია რეგულარობის თვალსაზრისით და განსაზღვრულია მიახლოებითი ამონახსნის ზუსტი ამონახსნისაკენ კრებადობის სიჩქარე.

2. პროექტის ფარგლებში აგებულია სხვადასხვა ელექტროდინამიკური მახასიათებლების სისტემის გეომეტრიულ და ფიზიკურ პარამეტრებზე დამოკიდებულების გრაფიკები და ველის განაწილების სურათები ახლო ზონაში, რომლების მიხედვითაც დასტურდება ჩვენს მიერ გამოთქმული ვარაუდი, სხვადასხვა პორტიდან აღზუნების შემთვევაში, სისტემაში ელექტროდინამიკური თავსებადობის არსებითი გაუმჯობესების თაობაზე სიხშირეთა გარკვეულ დიაპაზონში.

ჩატარებულია არაერთგვაროვნებათა შემცველი მრავალპორტიანი ტალღამტარული შესახსრებების ელექტროდინამიური ანალიზი და პროექტირებისათვის საჭირო მათემატიკური მოდელის აღწერა.

გარდა ამისა, განხილულია შემათანხმებელი არაერთგვაროვნებების შემცველი მრავალპორტიანი ტალღამტარული შესახსრებების მუშაობის პრინციპზე ახალი ტიპის ტურისტული მონაცემთა ბაზის აგების მიზანშეწონილობის საკითხი

მომზადებულია ნაშრომი, რომელიც შეეხება მსგავსი ამოცანების მათემატიკური მოდელირებისა და სისტემების ოპტიმიზაციისათვის საჭირო საბაზისო ამოცანის გადაწყვეტას.

სისტემაში გაბნეული ველის სტრუქტურა ჩაწერილია დისკრეტულ სპექტრად მთელს ფიზიკურ არეში. ნაშთთა თეორიის გამოყენებით გათვალისწინებულია ტალღის ფრონტის გაღუნვა სხვადასხვა პორტებისა და სისტემის რეზონატორული ნაწილის გამყოფ წარმოსახვით ზედაპირზე. ამის შედეგად, რეზონატორული ნაწილისათვის მიღებულია ველის გამოსახულება, რომელიც წარმოადგენს დამხმარე წყაროებისათვის კირხოვის თეორემის მათემატიკურ წარმოდგენას.

ყოველ რეალურ თუ წარმოსახვით ზედაპირზე ველის უწყვეტობისა და სიგლუვის პირობები იძლევა უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემას, რომლის მატრიცული ელემენტებისა და მარჯვენა მხარის ანალიზი ცხადყოფს, რომ სისტემა ფრედჰოლმის მეორე გვარისაა(რეგულარულია), რაც მიახლოებითი ამონახსნის აგების შესაძლებლობას იძლევა რედუქციის მეთოდით.

აღნიშნული საბაზო ამოცანა მნიშვნელოვანია იმითაც, რომ რეზონატორულ არეში ველები იშლება გრძივ და განივ კომპონენტებად, რაც თავის მხრივ, აადვილებს სისტემის ელექტროდინამიკურ ანალიზს და იძლევა საშუალებას მისი ეტაპობრივი (საფეხურობრივი) ოპტიმიზაციისათვის.

## 6. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა საქართველოში

### 6.4. სტატიები ჟურნალის/კრებულის ISSN-ის მითითებით

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით (არსებობის შემთხვევაში); გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა; გვერდების რაოდენობა

1. **N. Shavlakadze** and B. Pachulia, Dynamical contact problems for a viscoelastic half-space with an elastic inclusion, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 463-469. ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა

2. **G. Kapanadze and L. Gogolauri**, On one problem of the plane theory of viscoelasticity for a circular plate with polygonal hole, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 407-411. ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა
3. **S. Kukudzhinov**, Dynamical thermostability of orthotropic shells of revolution with an elastic filler, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 413-422. ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა
4. **L. Shapakidze**, Effect of Prandtl numbers on the transitions of diverging and converging heat-conducting flows in an annulus, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 509-515. ISSN 2346-8092, თბილისი, ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა

### ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

1. განხილულია დინამიკური საკონტაქტო ამოცანა ბლანტიდრეკადი ნახევარსივრცისათვის, რომელიც შეიცავს ზოლის ფორმის დრეკად ჩართვას. ბლანტიდრეკადობის კელვინ-ვოიგტას მოდელისა და ანტიბრტყელი დეფორმაციის პირობებში დასმული სხვაობიანი სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანა დაყვანილია ინტეგრო-დიფერენციალურ განტოლებებზე შესაბამისი სასაზღვრო პირობით. ორთოგონალურ პოლინომთა მეთოდის გამოყენებით მიღებულია უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემა. დამტკიცებულია სისტემის კვაზი-სრულად რეგულარობა კვადრატით ჯამებად მიმდევრობათა სივრცეში და დაფუძნებულია რედუქციის მეთოდი მიახლოებითი ამონახსნის ასაგებად.

2. შესწავლილია წრეწირითა და მრავალკუთხედით შემოსაზღვრული ორადბმული ბლანტი დრეკადი ფორმის ამოცანა კელვინ-ვოიგტას მოდელის საფუძველზე, როცა გარე საზღვარზე (წრეწირზე) მოქმედებს მუდმივი ინტენსივობის წნევა, ხოლო შიგა საზღვარზე მოცემულია მთავარი ვექტორის მქონე მკუმშავი ნორმალური ძალები. კონფორმულ ასახვათა და ანალიზურ ფუნქციათა სასაზღვრო ამოცანების თეორიის მეთოდებზე დაყრდნობით დასმული ამოცანა მიყვანილი იქნა რიმან-ჰილბერტის ამოცანაზე წერილი ხერხით და საძიებელი კომპლექსური პოტენციალები აგებულია ეფექტურად (ანალიზური ფორმით). მოყვანილია აღნიშნული პოტენციალების შეფასებები კუთხეების წვეროთა მახლობლობაში მრავალკუთხედის სხვადასხვა კერძო და ზღვრული შემთხვევისათვის (მართკუთხედი, სამკუთხედი, სწორხაზოვანი მონაკვეთი).

3. განხილულია დრეკადშემავსებლიანი, ცილინდრულ ფორმასთან მიახლოებული, ჩაკეტილი ორთოტროპული ბრუნვითი გარსების დინამიკური თერმოდგრადობა. იგულისხმება, რომ გარსები იმყოფება მერიდიანული ძალების, ნორმალური წნევისა და ტემპერატურის მოქმედების ქვეშ; განიხილება საშუალო სიგრძის გარსები, რომელთა შუა ზედაპირის მსახველის ფორმა პარაბოლურ ფუნქციას წარმოადგენს. გამოკვლეულია როგორც დადებითი ისე უარყოფითი გაუსის სიმრუდის მქონე გარსები.

მიღებულია ფორმულები და გრაფიკები უმცირესი სიხშირეების, კრიტიკული დატვირთვების, დინამიკური არამდგრადობის არეების საზღვრების გამოსათვლელად, ორთოტროპიის პარამეტრების, გაუსის სიმრუდის, საწყისი დაძაბული მდგომარეობის, ტემპერატურის და გარსის ცილინდრული ფორმიდან გადახრის ამპლიტუდაზე დამოკიდებულების გათვალისწინებით. ამონახსნის დროს გამოყენებულია ფურიეს მეთოდი.

4. შესწავლილია პრანდტლის რიცხვის გავლენა ორ ფორვან ჰორიზონტალურ ცილინდრს შორის სითხის დინების რთულ რეჟიმებისაკენ გადასვლებზე. ცილინდრები არიან სხვადასხვა ტემპერატურამდე გამთბარი და მოძრაობენ აზიმუტური წნევის გრადიენტის საშუალებით.

პრანდტლის რიცხვისათვის  $Pr=7$ , რომლის მნიშვნელობა შეესაბამება სითხეებს, ჰიდროდინამიკური დინების მდგრადობის არაწრფივი თეორიის და რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით დადგენილია ბიკრიტიკული წერტილები, რომლებიც შეესაბამებიან ძირითადი სტაციონარული დინების არამდგრადობებს და გადასვლებს რთული რეჟიმებისაკენ, მოცემულია ამ რთული რეჟიმებისაკენ გადასვლის სქემები. მიღებული შედეგები შედარებულია პრანდტლის რიცხვის  $Pr=0.71$  მნიშვნელობასთან, რომელიც შეესაბამება აირებს და გაზებს. დადგენილია, რომ სტაციონარული დინების მდგრადობის დაკარგვის შედეგად ქაოსურ რეჟიმებისაკენ გადასვლები დამოკიდებულია პრანდტლის რიცხვის სიდიდეზე, რაც მნიშვნელოვანია ექსპერიმენტებისათვის.

## 7. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა უცხოეთში

### 7.3. სტატიები

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური, ციფრული (დიგიტალური) საიდენტიფიკაციო კოდი DOI; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით; გვერდების რაოდენობა

1. **N. Shavlakadze**, Some effective solutions for Prandtl's type integro-differential equation. *Math. Methods Appl. Sci.* **46** (2023), no. 12, 12946-12959. <https://doi.org/10.1002/mma.9224>

2. **N. Shavlakadze, N. Odishelidze, F. Criado-Aldeanueva**, The adhesive contact problem for a piecewise-homogeneous orthotropic plate with an elastic patch. *Math. Mech. Solids* **28** (2023), no. 8, 1798-1808.  
<https://doi.org/10.1177/10812865221138514>
3. **N. Shavlakadze, O. Jokhadze, S. Kharibegashvili**, A mixed problem for a class of second-order nonlinear hyperbolic systems with Dirichlet and Poincare boundary conditions. *Mat. Zametki* **114** (2023), no. 5, 702-720.  
<https://doi.org/10.4213/mzm13738>

### **ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. გამოკვლეულია პრანდტლის ტიპის ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლება სხვადასხვა ცვლადი კოეფიციენტით. ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის მეთოდებისა და ინტეგრალური გარდაქმნების გამოყენებით სინგულარული ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლება ყველა განხილულ შემთხვევაში დაიყვანება ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის სხვადასხვა ტიპის სასაზღვრო ამოცანაზე (წრფივი შეუღლების ამოცანა, კარლემანის გადაადგილებიანი სასაზღვრო ამოცანა და სხვა). მიღებულია პრანდტლის განტოლების ეფექტური ამოხსნები და შესაბამისი ასიმპტოტური შეფასებები.
2. განხილულია უბან-უბან ერთგვაროვანი ორთოტროპული ფირფიტა, რომელიც გამაგრებულია სოლის ფორმის სასრული დაკვრით. დრეკადი დაკვრა მართი კუთხით კვეთს ორი მასალის გამყოფ საზღვარს და დატვირთულია ტანგენციალური და ნორმალური ძალებით. ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის მეთოდების გამოყენებით ამოცანა დაყვანილია სინგულარულ ინტეგრო-დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემაზე უძრავი სინგულარობით. დაკვრის გაჭიმვა-კუმშვის პირობებში ინტეგრალური გარდაქმნების საშუალებით მიღებულია რიმანის ამოცანა, რომლის ამონახსნი წარმოდგენილია ცხადი სახით. განსაზღვრულია უცნობი ტანგენციალური საკონტაქტო ძაბვა საკონტაქტო წირის გასწვრივ და დადგენილია მისი ასიმპტოტური ყოფაქცევა სინგულარული წერტილების მიდამოში.
3. მეორე რიგის ჰიპერბოლური სისტემათა ერთი კლასისათვის გამოკვლეულია შერეული ამოცანა დირიხლესა და პუანკარეს სასაზღვრო პირობებით. წრფივ შემთხვევაში მიღებულია ამოცანის ამონახსნი ცხადი სახით, გამოკვლეულია აგრეთვე დასმული ამოცანის ამონახსნის ერთადერთობისა და არსებობის საკითხი სისტემის არაწრფივობის ხასიათთან მიმართებაში.

## **8. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა**

### **8.1. საქართველოში**

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. **N. Shavlakadze, B. Pachulia**, The contact problem of plate bending and a specific type integro-differential equation. XIV Annual International Meeting of the Georgian Mechanical Union. 29.08-31.08. Poti, 2023. Book of Abstracts, p. 119
2. **N. Shavlakadze, B. Pachulia, Ts. Jamaspishvili**. The boundary-contact problem of the dynamical viscoelasticity. XIII International conference of the Georgian Mathematical Union. Batumi. 4-9 September, 2023. Book of Abstracts, p. 116.
3. **N. Shavlakadze**, The boundary-contact problem of dynamical viscoelasticity. Conference of A. Razmadze Math. Inst. of TSU. Feb. 10-14, 2023, Tbilisi.
4. **გ. კაპანაძე, ლ. გოგოლაური**, ბლანტი დრეკადობის ბრტყელი თეორიის ერთი ამოცანის შესახებ წრიული ფირფიტისათვის მრავალკუთხა ხვრელით. თსუ ა. რაზმაძის სახ. მათ. ინსტ. კონფ., მიძღვნილი აკად. ვ.კუპრაძის 120 წლისთავისადმი. 10-14 თებერვალი, 2023 წ.
5. **გ. კაპანაძე**, ბლანტი დრეკადობის ბრტყელი თეორიის ერთი ამოცანა მრავალკუთხედითა და წრეწირით შემოსაზღვრული არისათვის. თსუ ი. ვეკუას სახ. გმი გაფართოებული სემინარის სხდომები, 19-23 აპრილი, 2023 წ.
6. **გ. კაპანაძე**, ბლანტი დრეკადობის ბრტყელი თეორიის ერთი ამოცანა წრეწირით და მრავალკუთხედიით შემოსაზღვრული არისათვის. საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის მეთოთხმეტე საერთაშორისო კონფერენცია, ფოთი, 29.08-31.08.2023 წ.

### **8. 2. უცხოეთში**

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. **N. Shavlakadze**, B. Pachulia, Dynamical boundary-contact value problems for viscoelastic half-space with an elastic inclusion or cut. VIII International Conference "Topical problems of continuum mechanics". 2023, 01-05 October, Tsakhkadzor, Armenia. Book of Abstracts, p. 357
2. **N. Shavlakadze**, O. Jokhadze, S. Kharibegashvili, Some contact problems for a half-plane with nonlinear elastic stringer. VIII International Conference "Topical problems of continuum mechanics". 2023, 01-05 October, Tsakhkadzor, Armenia. Book of Abstracts, p. 355.

## სხვა აქტივობები:

### ბ. შავლაყაძე:

- ა) არის რამოდენიმე საერთაშორისო ჟურნალის რედაქციის წევრი და რეცენზენტი.
- ბ) არის ერთი დოქტორანტის სამეცნიერო ხელმძღვანელი.

### ლ. შავლაყაძე:

ჟურნალის Transactions of A.Razmadze Mathematical Institute - პასუხისმგებელი რედაქტორი

## გამოქვეყნებული შრომები:

1. **G. Kapanadze** and **L. Gogolauri**, On one problem of the plane theory of viscoelasticity for a circular plate with polygonal hole, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 407-411.
2. **S. Kukudzhinov**, Dynamical thermostability of orthotropic shells of revolution with an elastic filler, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 413-422.
3. **L. Shapakidze**, Effect of Prandtl numbers on the transitions of diverging and converging heat-conducting flows in an annulus, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 509-515.
4. **N. Shavlakadze**, Some effective solutions for Prandtl's type integro-differential equation. *Math. Methods Appl. Sci.* **46** (2023), no. 12, 12946-12959. <https://doi.org/10.1002/mma.9224>
5. **N. Shavlakadze**, O. Jokhadze, S. Kharibegashvili, A mixed problem for a class of second-order nonlinear hyperbolic systems with Dirichlet and Poincare boundary conditions. *Mat. Zametki* **114** (2023), no. 5, 702-720. <https://doi.org/10.4213/mzm13738>
6. **N. Shavlakadze**, N. Odishelidze, F. Criado-Aldeanueva, The adhesive contact problem for a piecewise-homogeneous orthotropic plate with an elastic patch. *Math. Mech. Solids* **28** (2023), no. 8, 1798-1808. <https://doi.org/10.1177/10812865221138514>
7. **N. Shavlakadze** and B. Pachulia, Dynamical contact problems for a viscoelastic half-space with an elastic inclusion, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 463-469.

## გეომეტრია-ტოპოლოგიის განყოფილება

თორნიკე ქადეიშვილი (განყოფილების ხელმძღვანელი, უვადო მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
სამსონ სანებლიძე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), ალექსანდრე ელაშვილი (მთავარი მეცნიერი  
თანამშრომელი), თეიმურაზ ფირაშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), მალხაზ ბაკურაძე  
(უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), ვახტანგ ლომაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი).

1. სახელმწიფო ბიუჯეტის პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-  
კვლევითი პროექტების ჩამონათვალი:

1) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის  
დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. ტოპოლოგიური ობიექტების ახალი ალგებრული მოდელები და მათი გამოყენებები ტოპოლოგიის,  
გეომეტრიის, ალგებრისა და ფიზიკის საკითხებში. 2019-2023

2) პროექტის შესრულებაში მონაწილე პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. თ. ქადეიშვილი (ხელმძღვანელი), ა. ელაშვილი (შემსრულებელი), ს. სანებლიძე (შემსრულებელი), თ.  
ფირაშვილი (შემსრულებელი), მ. ბაკურაძე (შემსრულებელი), ვ. ლომაძე (შემსრულებელი)

2. პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების  
შესრულების შედეგები

2.2.

1) დასრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით;  
პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. ტოპოლოგიური ობიექტების ახალი ალგებრული მოდელები და მათი გამოყენებები ტოპოლოგიის,  
გეომეტრიის, ალგებრისა და ფიზიკის საკითხებში. 2019-2023

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. თ. ქადეიშვილი (ხელმძღვანელი), ა. ელაშვილი (შემსრულებელი), ს. სანებლიძე (შემსრულებელი), თ.  
ფირაშვილი (შემსრულებელი), მ. ბაკურაძე (შემსრულებელი), ვ. ლომაძე (შემსრულებელი)

**დასრულებული კვლევითი პროექტის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი  
ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. თ. ქადეიშვილი: მოხდა აკად. ნოდარ ბერიკაშვილის ცნობილი D ფუნქტორის მოდიფიკაცია - განზოგადება  
დიფერენციალური ალგებრების სიტუაციიდან ჰომოტოპიური გერსტენჰაბერის ალგებრებისათვის, რამაც  
შექმნა შესაძლებლობა, რომ განვითარებულიყო დეფორმაციათა თეორია ასოციატური ალგებრებისათვის.  
სტატია წარდგენილია და გაკეთდა მოხსენება პრალის მათემატიკურ ინსტიტუტში.

ა. ელაშვილი: მიღებულია განზომილების ფორმულა შებრუნებადი ორი ცვლადის პოლინომებისათვის,  
აგებულია სათანადო ბაზისიცი . იგივე შედეგი მიღებულია  $Der(A)$  ლის ალგებრისათვის და ნაჩვენებია, რომ ის  
ამოხსნადია როგორც ლის ალგებრა (ერთობლივი ნაშრომი მ. ჯიბლაძესთან და გ. ხომშიაშვილთან ერთად).

ს. სანებლიძე: შემოყვანილია  $L_\infty$  - ბიალგებრის ცნება და ნაჩვენებია, რომ  $\pi_*(\Omega SY) \otimes Q$  რაციონალური  
ჰომოტოპიის ჯგუფებში ასეთი სტრუქტურა არსებობს. გადაცემულია სტატია: S. Sanebldize, On the  $L_\infty$ -bialgebra  
structure of the rational homotopy groups  $\pi_*(\Omega SY) \otimes Q$ , Trans. R.M.I.

თ. ფირაშვილი: გურამ დონაძესთან ერთად, განმარტებულია ჯვარედინა მოდულზე მოდულის ცნება,  
რომელიც აზოგადობებს აქამდე ცნობილ ყველა კანდიდატს და შევებით აგვეგო დაბალგანზომილებიანი  
კოჰომოლოგიები კოეფიციენტებით ასეთ მოდულში. ჩვენი თეორია აზოგადობებს როგორც კარასკო-სეგარა-  
გრანდხანის, ასევე სიმონა პაოლის მიერ აგებულ ვერსიებს. ამ ავტორებისგან განსხვავებით ჩვენი თეორია  
კომონადური რესოლუვენტების მაგივრად იყენებს ცხადი სახის კოჯაჟებს. მიღებული ჯგუფები

შედარებულია მოდულების კატეგორიის Ext-ჯგუფებთან და მოყვანილია მაგალითები როცა ეს ორი მიდგომა იძლევა სხვადასხვა შედეგს.

**მ. ბაკურაძე:** მამუკა ჯიბლაძესთან ერთად აგებულია მეორადი დიფერენციალი 2-აბელის კგუფებთან ასიცირებულ 2-კოჟაჰვურ კომლექსში. ეს არის ორგანზომილებიანი ჰომოლოგიური ალგებრის გამოყენება ჰომოტოპიის თეორიაში.

**ვ. ლომაძე:** ვთქვათ მოცემული გვაქვს პარამეტრზე დამოკიდებული წრფივი მუდმივ კოეფიციენტებიანი დიფერენციალური განტოლება, და ვთქვათ ეს პარამეტრი მიისწრაფვის ნულისკენ. თუ ამ დროს წამყვანი კოეფიციენტი არ ნულდება, როგორც ცნობილია, ამონახსნების სიმრავლე მიისწრაფვის ზღვრული განტოლების ამონახსნების სიმრავლისკენ. სიტუაცია სრულიად განსხვავებულია, როცა ეს კოეფიციენტი ხდება ნულის ტოლი. მაშინ, ამონახსნების სიმრავლემ შეიძლება განიცადოს სრული კოლაფსი. ჩვენ განვავითარეთ ფორმალიზმი, რომელშიც წრფივი მუდმივ კოეფიციენტებიანი დიფერენციალური განტოლების ამონახსნების სიმრავლე ყოველთვის უწყვეტად არის დამოკიდებული განტოლების კოეფიციენტებზე.

### 3. შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

3.1.

1) გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. **ასოციაციურ და ლის ალგებრათა დეფორმაციები, გამოყენებები განსაკუთრებულობათა თეორიაში და ფიზიკაში.** მიმართულება: 1. საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი, ქვე-მიმართულება: 1.1 მათემატიკა, კატეგორია: 1.1.1 წმინდა მათემატიკა; მეცნიერების, ტექნოლოგიების, ინჟინერიისა და მათემატიკის მიმართულებით ინტერდისციპლინური კვლევების 2022 წლის სახელმწიფო სამეცნიერო საგრანტო კონკურსი STEM-22-604, 2022-2023

2. **ალგებრული გეომეტრია ჯგუფებზე**, 1.1.1 წმინდა მათემატიკა, FR-21-4713, 2022-2024

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. **თორნიკე ქადიშვილი** (ხელმძღვანელი), **ალექსანდრე ელაშვილი** (მკვლევარი), გიორგი ხიმშიაშვილი (მკვლევარი).

2. **მალხაზ ბაკურაძე** (კოორდინატორი), ა. მასანიკოვი (ხელმძღვანელი).

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. აიგო მგრები კოჟაჰვის და მათ გარდაქმნათა ცნებები ჰერსტენჰაბერის ჰომოტოპირი ალგებრებისათვის. მათი გამოყენებით ჩამოყალიბდა ასოციაციური ალგებრის დეფორმაციის და მათი გარდაქმნების ტექნიკა.

2. აგებულია კომპუტაციური, კომპლექსურად ორიენტირებული კოჰომოლოგიის თეორია, კომპლექსური კობორდიზმი მოდულო სპეციალური უნიტარული კობორდიზმი, რომელის განსაკუთრებულობები არის კრიჩვერის ელიფსური გვარის ბირთვის რეალიზაცია.

### 6. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა საქართველოში

6.4. სტატიები ჟურნალის/კრებულის ISSN-ის მითითებით

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით (არსებობის შემთხვევაში); გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა; გვერდების რაოდენობა

1. **T. Kadeishvili**, A-Algebra Structure in Cohomology and its Applications, Algebra, Topology and Analysis: C\_ and A1 Algebras, ISBN 978-9941-36-079-4, Summer School/Conference, Ivane Javakhishvili Tbilisi State University Press, 2023, Pages 16-60.

2. **M. Bakuradze**, E-ISSN: 2667 – 9930, Special issue on Mathematics in the Wonder of the World PAMUKKALE, proceedings of the International Conference on Mathematics and Mathematics Education ICMME 2023, September



### ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

1. თ. ქადეიშვილი, ლექციების ვრცელი კურსი საერთაშორისო მათემატიკური სკოლისთვის ავტორის მინიმალური მოდელის თეორემებზე და მათ გამოყენებებზე ტოპოლოგიის, ალგებრის და ფიზიკის სხვადასხვა საკითხებში
2. მ. ბაკურაძე, სტატიების კრებული, 15 ავტორი

## 7. ბექდური პროდუქციის გამოცემა უცხოეთში

### 7.3. სტატიები

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური, ციფრული (დიגיტალური) საიდენტიფიკაციო კოდი DOI; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით; გვერდების რაოდენობა

1. **T. Kadeishvili**,  $A(\infty)$ -Algebra Structure in the Cohomology and Cohomologies of a Free Loop Space, DOI 10.1007/s10958-023-06715-4, Journal of Mathematical Sciences, Volume 275, Issue 6, 17 October, 2023, ISSN 1687-0425, Pages: 735 – 743.
2. \*M. Pirashvili, **T. Pirashvili**, Symmetric cohomology of groups and Poincaré duality. *J. Algebra* 614 (2023), 177-198.
3. **T. Pirashvili**, G. Donadze, On low dimensional cohomology of crossed modules with nontrivial coefficients. *Advanced Studies: Euro-Tbilisi Mathematical Journal*. 16(4), 2023. 143-173. DOI: 10.32513/asetmj/193220082339
4. **M. Bakuradze**, Polynomial generators of  $MSU\{1/2\}$  related to classifying maps of certain formal group laws, *Homology, Homotopy and Applications*, vol. 25(2), 2023, 15 pages, იმფაქტ ფაქტორი IF 0,6
5. \***M. Bakuradze**, Alexander Gamkrelidze, On classifying map of the integral Krichever–Hoehn formal group law, *Georgian Math. J.* **30** (2023), no. 1, 47-51.
6. \***V. Lomadze**, Differential equations defined by (convergent) Laurent series. *J. Algebra Appl.* **22** (2023), no. 4, Paper No. 2350087, 14 pp.
7. \***V. Lomadze**, Degeneration phenomenon in linear ordinary differential equations, *Georgian Mathematical Journal* (accepted).

### ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

1. ნაჩვენებია, რომ ავტორის მიერ ადრე აგებული მინიმალური მოდელი განსაზღვრავს არა მხოლოდ მარყუჟთა სივრცის კოჰომოლოგიებს, არამედ აგრეთვე თავისუფალ მერყუჟთა სივრცის კოჰომოლოგიებსაც.
2. ჯგუფთა სიმეტრიული კოჰომოლოგიები შემოიტანა მ. სტაიჩმა 2010-იან წლებში და როგორც პირველმა ავტორმა აჩვენა ის მჭიდროდაა დაკავშირებული ა. ზარელუსა და გარე კოჰომოლოგიებთან. ზარელუს შრომაში ნათქვამია, კლასიკური კოჰომოლოგიებისაგან განსხვავებით ამ კოჰომოლოგიებისთვის ადგილია ქვს პუანკარეს ორადობას სასრული ჯგუფებისთვის. ჩვენს შრომაში, ვაჩვენებთ რომ ეს სამწუხაროდ არასწორია და მოყვანილია პირობები როცა პუანკარეს ორადობა ნაწილობრივ სრულდება.
3. განმარტებულია ჯვარედინა მოდულზე მოდულის ცნება, რომელიც აზოგადობებს აქამდე ცნობილ ყველა კანდიდატს და შეეძლია აგვეგო დაბალგანზომილებიანი კოჰომოლოგიები კოეფიციენტებით ასეთ მოდულში. ჩვენი თეორია აზოგადობებს როგორც კარასკო-სეგარა-გრანდხანის, ასევე სიმონა პაოლის მიერ აგებულ ვერსიებს. ამ ავტორებისგან განსხვავებით ჩვენი თეორია კომონადური რესოლვენტების მაგივრად იყენებს ცხადი სახის კოჟაქვებს. მიღებული ჯგუფები შედარებულია მოდულების კატეგორიის Ext-ჯგუფებთან და მოყვანილია მაგალითები როცა ეს ორი მიდგომა იძლევა სხვადასხვა შედეგს.
4. ნაშრომში აგებულია კომუტატიური, კომპლექსურად ორიენტირებული კოჰომოლოგიის თეორია, რომელიც არის კრიჩვერის ელიფსური გვარის რეალიზაცია.
5. კრიჩვერ-ჰონის ფორმალური ჯგუფის ინტეგრალური კანონის კლასიფიკაციის ასახვა წარმოდგენილია როგორც ლაზარის რგოლის ფაქტორიზაცია გარკვეული ცხადი იდეალით.
6. ცნობილია, რომ ჩვეულებრივი კლასიკური მუდმივ კოეფიციენტებიანი დიფერენციალური განტოლებები ასოცირდება (ერთი ცვლადის) პოლინომებთან. ნაშრომში, ყოველ კრებად ლორანის მწკრივს ვუსაბამებთ დიფერენციალურ განტოლებას, რაც ბუნებრივად განაზოგადებს ზემოთ აღნიშნულ კლასიკურ განტოლებას.

ვფიქრობთ, რომ ეს განტოლებები შეიძლება გამოყენებულ იქნას მათემატიკური ფიზიკის ზოგიერთი სპეციალური ფუნქციის აღსაწერად.

7. ვთქვათ მოცემული გვაქვს პარამეტრზე დამოკიდებული წრფივი მუდმივ კოეფიციენტებიანი დიფერენციალური განტოლება, და ვთქვათ ეს პარამეტრი მიისწრაფვის ნულისკენ. თუ ამ დროს წამყვანი კოეფიციენტი არ ნულდება, როგორც ცნობილია, ამონახსნების სიმრავლე მიისწრაფვის ზღვრული განტოლების ამონახსნების სიმრავლისკენ. სიტუაცია სრულიად განსხვავებულია, როცა ეს კოეფიციენტი ხდება ნულის ტოლი. მაშინ, ამონახსნების სიმრავლემ შეიძლება განიცადოს სრული კოლაფსი. ჩვენ განვავითარეთ ფორმალიზმი, რომელშიც წრფივი მუდმივ კოეფიციენტებიანი დიფერენციალური განტოლების ამონახსნების სიმრავლე ყოველთვის უწყვეტად არის დამოკიდებული განტოლების კოეფიციენტებზე.

## 8. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა

### 8.1. საქართველოში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. თ. ქადეიშვილი. ბერიკაშვილის ფუნქტორის განზოგადება გერსტენჰაბერის ჰომოტოპიური ალგებრებისათვის. ვიქტორ კუპრადის 120 წლისთავისადმი მიძღვნილ თსუ ანდრია რაზმადის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, 14-17 თებერვალი, 2023 წელი
2. ს. სანელიძე. პონტრიაგინის ნამრავლის გავრცელება ჩაკეტილ წირებზე და სიმის ტოპოლოგიური ნამრავლი, 14-17 თებერვალი, 2023, თსუ-ს ა. რაზმადის მათემატიკის ინსტიტუტი.
3. თ. ფირაშვილი. კოჰომოლოგიები კოეფიციენტებით სტეკებში და ორგანზომილებიანი ჰომოლოგიური ალგებრა. საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIII საერთაშორისო კონფერენცია, 4-9 სექტემბერი, 2023, ბათუმი .
4. მ. ბაკურაძე, Complex Cobordism Modulo  $c_1$ -Spherical Cobordism and Related Genera. საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIII საერთაშორისო კონფერენცია, 04.09.23 - 09.09.23, ბათუმი <http://gmu.gtu.ge/conferences/batumi2023/program-book-of-abstracts/>
5. ვ. ლომაძე, On the topology of linear differential systems, საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIII საერთაშორისო კონფერენცია, 04.09.23 - 09.09.23, ბათუმი.

### 8. 2. უცხოეთში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. ა. ელაშვილი (მ. ჯიბლაძესთან ერთად). Mamuka Jibladze and Alexander Elashvili. Some computational experience with Hesselink strata. კონფერენცია "Lie theory: frontiers, algorithms and applications", January 11, 2023, Monash Prato Centre, Italy, <https://users.monash.edu/~heikod/booklet.pdf>.
2. მ. ბაკურაძე, Complex cobordism modulo  $c_1$ -spherical cobordism and related genera, Algebraic Topology, Combinatorics, and Mathematical Physics, Sochi, October 16-20, 2023, <https://siriusmathcenter.ru/en/archive/034w>

## დამატებითი ინფორმაცია

თ. ფირაშვილი არის "north-western european journal of mathematics" რედაქტორი (რედკოლეგიის წევრი)

### გრანტები

1. ასოციაციურ და ლის ალგებრათა დეფორმაციები, გამოყენებები განსაკუთრებულობათა თეორიაში და ფიზიკაში. 1.1.1 წმინდა მათემატიკა. STEM-22-604, 2022-2023, ხელმძღვანელი თ. ქადეიშვილი
2. ალგებრული გეომეტრია ჯგუფებზე, 1.1.1 წმინდა მათემატიკა, FR-21-4713, 2022-2024, კოორდინატორი მ. ბაკურაძე
3. ჯვარედინა მოდულების ახალი ინვარიანტები" FR-22-199, ხელმძღვანელი თ. ფირაშვილი

## პუბლიკაციები

1. T. Kadeishvili, A-Algebra Structure in Cohomology and its Applications, Algebra, Topology and Analysis: C\_ and A1 Algebras, ISBN 978-9941-36-079-4, Summer School/Conference, Ivane Javakhishvili Tbilisi State University Press, 2023, Pages 16-60
2. მ. ბაკურაძე, E-ISSN: 2667 – 9930, Special issue on Mathematics in the Wonder of the World PAMUKKALE, proceedings of the International Conference on Mathematics and Mathematics Education ICMME 2022, September 22-24, 2022 in Denizli, Turkey. Lead Editor: Malkhaz Bakuradze, Guest Editor: Amiran Gogatishvili, Abdulhamit Kucukaslan, <https://tcms.org.ge/Journals/ASETMJ/publications/supplement-issue-4-vol-16-2023/>
3. **T. Kadeishvili**,  $A(\infty)$ -Algebra Structure in the Cohomology and Cohomologies of a Free Loop Space, DOI 10.1007/s10958-023-06715-4, Journal of Mathematical Sciences, Volume 275, Issue 6, 17 October, 2023, ISSN 1687-0425, Pages: 735 – 743.
4. \*M. Pirashvili, **T. Pirashvili**, Symmetric cohomology of groups and Poincaré duality. *J. Algebra* 614 (2023), 177-198.
5. **T. Pirashvili**, G. Donadze, On low dimensional cohomology of crossed modules with nontrivial coefficients. *Advanced Studies: Euro-Tbilisi Mathematical Journal*. 16(4), 2023. 143-173. DOI: 10.32513/asetmj/193220082339
6. **M. Bakuradze**, Polynomial generators of  $MSU\{1/2\}$  related to classifying maps of certain formal group laws, *Homology, Homotopy and Applications*, vol. 25(2), 2023, 15 pages, იმფაქტ ფაქტორი IF 0,6
7. \***M. Bakuradze**, Alexander Gamkrelidze, On classifying map of the integral Krichever–Hoehn formal group law, *Georgian Math. J.* **30** (2023), no. 1, 47-51.
8. \***V. Lomadze**, Differential equations defined by (convergent) Laurent series. *J. Algebra Appl.* **22** (2023), no. 4, Paper No. 2350087, 14 pp.
9. \***V. Lomadze**, Degeneration phenomenon in linear ordinary differential equations, *Georgian Mathematical Journal* (accepted).

## მივლინებები საზღვარგარეთ

- ა. ელაშვილი მ. ჯიბლაძესთან ერთად. მივლინება იტალიაში კონფერენციაზე “Lie theory: frontiers, algorithms and applications”, January 11, 2023, Monash Prato Centre, Italy, <https://users.monash.edu/~heikod/booklet.pdf>.
- ა. ელაშვილი, მივლინებული იყო ისრაელში, ებრაული უნივერსიტეტის მათემატიკის ინსტიტუტში, ერთობლივი კვლევების ჩასატარებლად.
- მ. ბაკურაძე, მივლინებული იყო რუსეთში კონფერენციაზე Algebraic Topology, Combinatorics, and Mathematical Physics, Sochi, October 16-20, 2023 <https://siriusmathcenter.ru/en/archive/034w>

## ალგებრის განყოფილება

**ხვედრი ინასარიძე** (განყოფილების ხელმძღვანელი, უვადო მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), **ნიკოლოზ ინასარიძე** (მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი), **თამარ დათუაშვილი** (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), **ბაჩუკი მესაბლიშვილი** (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), **გურამ დონაძე** (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), **ემზარ ხმალაძე** (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), **დალი ზანგურაშვილი** (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), **ალექსი პაჭკორია** (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი).

1. სახელმწიფო ბიუჯეტის პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების ჩამონათვალი:

1) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. „**ჰომოტოპიური ალგებრა, K-თეორია, ჯგუფების და ალგებრების (კო)ჰომოლოგია, არაკომუტაციური გეომეტრია, ალგებრის გამოყენებები კომპიუტერულ მეცნიერებებში**“ (დარგი - მათემატიკა, მიმართულება - ალგებრა); 2019-2023

2) პროექტის შესრულებაში მონაწილე პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. **ხვედრი ინასარიძე** (ხელმძღვანელი), **ნიკო ინასარიძე** (მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი), **თამარ დათუაშვილი** (მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი), **ბაჩუკი მესაბლიშვილი** (მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი), **ემზარ ხმალაძე** (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი), **ალექსი პაჭკორია** (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი), **დალი ზანგურაშვილი** (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი), **გურამ დონაძე** (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი).

2. პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების შესრულების შედეგები

2.2.

1) დასრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. „**ჰომოტოპიური ალგებრა, K-თეორია, ჯგუფების და ალგებრების (კო)ჰომოლოგია, არაკომუტაციური გეომეტრია, ალგებრის გამოყენებები კომპიუტერულ მეცნიერებებში**“ (დარგი - მათემატიკა, მიმართულება - ალგებრა); 2019-2023

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. **ხვედრი ინასარიძე** (ხელმძღვანელი), **ნიკო ინასარიძე** (მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი), **თამარ დათუაშვილი** (მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი), **ბაჩუკი მესაბლიშვილი** (მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი), **ემზარ ხმალაძე** (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი), **ალექსი პაჭკორია** (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი), **დალი ზანგურაშვილი** (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი), **გურამ დონაძე** (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი).

*გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)*

1. ჩვენს მიერ ადრე განმარტებული  $cssc$ -ჯვარედინა მოდულებისთვის აგებულია კატეგორია და დამტკიცებულია, რომ ეს კატეგორია არის კოჰერენტული კატეგორიული ჯგუფი. მიღებული შედეგი საშუალებას გვაძლევს კატეგორიული ჯგუფებისთვის განვიხილოთ პრობლემები  $cssc$ -ჯვარედინა მოდულების ტერმინებში, როგორც ეს მოხდა შინაგანი კატეგორიების შემთხვევაში, რომლებიც წარმოადგენენ მკაცრ კატეგორიულ ჯგუფებს. უპირველეს ყოვლისა სჭირო იყო ასაგები კატეგორიის ობიექტებისა და ისრების სიმრავლეების განსაზღვრა. მეორე ამოცანა საკმაოდ რთული არმოჩნდა, საჭირო გახდა სტანდარტული გზით განსაზღვრული ჯვარედინა მოდულის ნახევრად პირდაპირი ნამრავლის როგორც სიმრავლის გაფართოება; ეს მოხდა ე.წ. სპეციალური კონგრუენტული მიმართებების მონაწილეობით განსაზღვრული წყვილებით. შემდგომი ნაბიჯი იყო ამ ახალ სიმრავლეში ელემენტების ორი სხვადასხვა სახის გაიგივება. ამის შედეგად

მიღებული სიმრავლე არის ჩვენი მომავალი კატეგორიული ჯგუფის ისრების სიმრავლე. განიმარტა ისრების კომპოზიცია, და დამტკიცდა, რომ ეს ოპერაცია არ არის დამოკიდებული წარმომადგენლების შერჩევაზე. ასევე ყოველი ობიექტისთვის აიგო ერთეულოვანი ისარი, ყოველი ისრისთვის მისი შებრუნებული და განიმარტა ისრებს შორის შეკრების ოპერაცია. დამტკიცდა, რომ აღნიშნული ოპერაციები არ არის დამოკიდებული წარმომადგენლის შერჩევაზე და რომ შეკრების ოპერაციის მიმართ ისრების სიმრავლე არის ჯგუფი იზომორფიზმამდე სიზუსტით. გარა ამისა, ნაჩვენებია, რომ შეკრება განსაზღვრავს ბიფუნქტორს. ამის შემდეგ დამტკიცებულია, რომ აგებული კატეგორია არის კოჰერენტული კატეგორიული ჯგუფი.

ვთქვათ  $T$  არის ადიციური კონტრავარიანტული ფუნქტორი შეკვეცადი ნახევრადმოდულების კატეგორიიდან ნახევრადმოდულების კატეგორიაში. აგებულია  $T$  ფუნქტორის მარჯვენა წარმოებული ფუნქტორები  $R^n T(n = 0, 1, \dots)$ . ეს აზოგადებს წარმოებული ფუნქტორების კონსტრუქციას, რომელიც ჩვენ მიერ ადრე იყო მიღებული ფუნქტორებისთვის მნიშვნელობებით შეკვეცად ნახევრადმოდულებში. დამტკიცებულია წარმოებული ფუნქტორების გრძელი მიმდევრობის სიზუსტის თეორემა. გარდა ამისა, ნებისმიერი  $A$  ნახევრადმოდულისთვის აღწერილია  $Hom(-, A)$  ფუნქტორის მარჯვენა წარმოებული ფუნქტორები ნახევრადმოდულების გაფართოებების საშუალებით.

შესწავლილია გენეტიკური რეალიზაციის მქონე ალგებრების კატეგორიაში სასრული ზღვრების არსებობის საკითხი. ამისათვის ნაპოვნია საკმარისი პირობები იმისათვის, რომ გენეტიკური რეალიზაციის მქონე ორი ალგებრის დეკარტული ნამრავლი იყოს ალგებრა გენეტიკური რეალიზაციით. ნაჩვენებია, რომ გენეტიკური რეალიზაციის მქონე ალგებრების კატეგორიას არა აქვს ფინალური ობიექტი. ასევე ნაჩვენებია, რომ ეს არ არის კატეგორია განმატოლებებით.

ნაჩვენებია, რომ ტერნარული რგოლების ამაღლამირებული თავისუფალი ნამრავლების ელემენტებს აქვს ნორმალური ფორმები, და რომ ტერნარული რგოლების მრავალნაირობას აქვს ძლიერი ამაღლამირების თვისება. ამ შედეგების გამოყენებით ნაჩვენებია, რომ ტერნარული რგოლების მრავალნაირობაში ყველა კოდაწევის მორფიზმი ეფექტურია. რადგანაც ტერნარული რგოლების კატეგორია შეიცავს კომუტაციური ასოციაციური რგოლების კატეგორიას, როგორც სრულ ქვეკატეგორიას, ამ კატეგორიის ეფექტური კოდაწევის მორფიზმების კლასი შედარებულია კომუტაციური ასოციაციური რგოლების, როგორც ტერნარული რგოლების ეფექტური კოდაწევის მორფიზმების კლასს.

### 3. შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

#### 3.1.

1) გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. **ჰომოლოგიური ალგებრა და ჯვარედინა მოდულების ახალი ინვარიანტები**; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: **ჰომოლოგიური ალგებრა**; FR 22-199; 25/02/2023-25/02/2026

2. **კატეგორიული მიდგომა განზოგადებული ბიალგებრების, ჰოფის ალგებროიდების და მათთან დაკავშირებული სტრუქტურებისადმი**; დაწევა და ტერმების გადაწერა; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: **კატეგორიული ალგებრა**; FR 22-4923; 25/02/2023-25/02/2026

3. **მათემატიკური მოდელები მოლეკულურ ბიოლოგიასა და გენეტიკაში**; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა, ბიოლოგია; სამეცნიერო მიმართულება: **ალგებრა, დიფერენციალური განტოლებები, მოლეკულური ბიოლოგია, გენეტიკა**; STEM 22-1601; 23/12/2022-22/12/2024

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. **თეიმურაზ ფირაშვილი** (პროექტის ხელმძღვანელი), **ემზარ ხმალაძე** (პროექტის კოორდინატორი), **გურამ დონაძე** (მკვლევარი), მარიამ ფირაშვილი (ახალგაზრდა მეცნიერი)

2. **ზაჩუკი მესაბლიშვილი** (პროექტის ხელმძღვანელი), **დალი ზანგურაშვილი** (პროექტის კოორდინატორი), თამარ მესაბლიშვილი (მკვლევარი), კონსტანტინე რაზმაძე (მკვლევარი)

3. **ვახტანგ ლომაძე** (პროექტის ხელმძღვანელი), **დალი ზანგურაშვილი** (მკვლევარი), **ოთარ ჯოხაძე** (მკვლევარი), **ელისაბედ ზალდასტანიშვილი** (მკვლევარი)

*გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)*

1. შესწავლილია ჯვარედინი მოდულების კოჰომოლოგიები არატრივიალური კოეფიციენტებით. ცხადი სახით დაიწერა კოციკლები პირველ და მერე განზომილებებში. ამავდროულად განმარტებულია კოჰომოლოგიები ნულოვან განზომილებაში. ნაჩვენები იქნა, რომ ჯვარედინ მოდულზე მოდულების კატეგორიას გააჩნია საკმაოდ ბევრი პროექციული და ინექციური ობიექტები.

შესწავლილია ლის ალგებრების  $q$ -ჯვარედინა მოდულები და ისინი დაკავშირებულია ლის ალგებრების არააბელურ ტენზორულ და გარე ნამრავლებთან მოდულით  $q$ . ლის ალგებრებისთვის შემოტანილია  $q$ -შემმლეობის ორი ახალი ცნება,  $q$ -ტენზორული ცენტრის,  $q$ -გარე ცენტრის ცნებები და გამოკვლეულია მათ შორის კავშირები. მიღებულია  $q$ -შემმლეობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები.

ლაიბნიცის ალგებრების და ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების კატეგორიებს შორის კარგად ცნობილი დავიწყების და დაღეტსკის ფუნქტორებისთვის მიღებულია ახალი შედეგები, შესწავლილია მათი ყოფაქცევა სრულყოფილ ობიექტებზე, ჯვარედინა მოდულებზე და (უნივერსალურ) ცენტრალურ გაფართოებებზე.

2. ნაჩვენებია, რომ ტერნარული რგოლების ამაღლამირებული თავისუფალი ნამრავლების ელემენტებს აქვს ნორმალური ფორმები, და რომ ტერნარული რგოლების მრავალნაირობას აქვს ძლიერი ამაღლამირების თვისება. ამ შედეგების გამოყენებით ნაჩვენებია, რომ ტერნარული რგოლების მრავალნაირობაში ყველა კოდაწევის მორფიზმი ეფექტურია. რადგანაც ტერნარული რგოლების კატეგორია შეიცავს კომუტაციური ასოციაციური რგოლების კატეგორიას, როგორც სრულ ქვეკატეგორიას, ამ კატეგორიის ეფექტური კოდაწევის მორფიზმების კლასი შედარებულია კომუტაციური ასოციაციური რგოლების, როგორც ტერნარული რგოლების ეფექტური კოდაწევის მორფიზმების კლასს.

3. შესწავლილია გენეტიკური რეალიზაციის მქონე ალგებრების კატეგორიაში სასრული ზღვრების არსებობის საკითხი. ამისათვის ნაპოვნია საკმარისი პირობები იმისათვის, რომ გენეტიკური რეალიზაციის მქონე ორი ალგებრის დეკარტული ნამრავლი იყოს ალგებრა გენეტიკური რეალიზაციით. ნაჩვენებია, რომ გენეტიკური რეალიზაციის მქონე ალგებრების კატეგორიას არა აქვს ფინალური ობიექტი. ასევე ნაჩვენებია, რომ ეს არ არის კატეგორია განმატოლებლებით.

მოცემულ პარამეტრზე დამოკიდებულ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ მუდმივი კოეფიციენტებით განტოლებისათვის, როცა ეს პარამეტრი მიისწრაფის ნულისაკენ, ამონახსნების სიმრავლე მიისწრაფის ზღვრული განტოლების ამონახსნისაკენ თუკი უფროსი კოეფიციენტი არ ანულირდება. მაგრამ თუ ეს კოეფიციენტი ნულდება, ამონახსნების სიმრავლე შესაძლოა სულაც გაქრეს. შესწავლილია საკითხი იმის შესახებ თუ როდისაა განტოლების ამონახსნთა სიმრავლე უწყვეტად დამოკიდებული განტოლების კოეფიციენტებზე.

### 3.2.

1) დასრულებული (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. **სტაბილური სტრუქტურები ჰომოლოგიურ ალგებრაში**; მეცნიერების დარგი: **მათემატიკა**; სამეცნიერო მიმართულება: **ჰომოლოგიური ალგებრა, კატეგორიათა თეორია**; **FR-18-10849; 27.02.2019-25.02.2023**

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. ალექსი მარცინკოვსკი (ხელმძღვანელი), **დალი ზანგურაშვილი** (კოორდინატორი), მამუკა ჯიბლაძე (მკვლევარი), **ალექსი პაჭკორია** (მკვლევარი), გიორგი ნადარეიშვილი (მკვლევარი)

### **დასრულებული კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. პროექტის ერთ-ერთი მთავარი მიზანი იყო მოდულების კატეგორიებზე აბელურ ჯგუფებში მნიშვნელობებით ფუნქტორებისათვის სტაბილურობის საკითხების შესწავლა, მათ შორის პროექციული მოდულების და ინექციური მოდულების სიზუსტით hom ფუნქტორების შესწავლა. ეს ფუნქტორები ცნობილია 1950 წლიდან. წინამდებარე პროექტმა გამოაშკარავა, რომ ეს ფუნქტორები თამაშობენ მნიშვნელოვან როლს ალგებრის ბევრ სხვადასხვა საკითხში. მაგალითად, მათი გამოყენებით პროექტში შემოტანილი იქნა გრეხვის ზოგადი ცნება, და, რაც ყველაზე მნიშვნელოვანია, კოგრეხვის ცნება, რომელსაც არა აქვს კლასიკური პროტოტიპები. პროექტში ასეთი ფუნქტორების შესწავლა განხორციელდა. კერძოდ, ნაპოვნი იქნა მათი წარმოებული ფუნქტორები. აუსლანდერ-გრუსონ-ჯენსენის გარდაქმნის გამოყენებით დადგინდა ორადობა გრეხვასა და კოგრეხვას შორის. ნაჩვენები იყო, რომ კოგრეხვა სრულად განსაზღვრავს გრეხვას (შებრუნებული მხრიდან).



სრულ რეზოლვენტებზე დაყრდნობით და ტენზორული ნამრავლის ასიმეტრიული სტაბილიზაციების გამოყენებით ტეიტის ჰომოლოგიის კლასიკური ცნება განზოგადდა ნებისმიერ რგოლებზე ნებისმიერი მოდულებისათვის. მიღებული შედეგები ავსებს ამ საკითხზე არსებულ ცოდნაში ნაპრაღს 80-ან წლებში რ. ო. ბუხვაიციის მიერ სტაბილური კოჰომოლოგიის კონსტრუქციაში ჰომოლოგიური ნაწილის აგებით. ახალი კონსტრუქცია შედარებულია პ. ვოგელის კონსტრუქციასთან (რომელიც აგრეთვე იყო ნაპრაღი 80-ან წლებში). ეს მიიღწევა ვოგელის ჰომოლოგიიდან ტენზორული ნამრავლის ჩვენ სტაბილიზაციაში შედარების ჰომომორფიზმის აგებით. აღმოჩნდა, რომ ეს ასახვა ყოველთვის სურექციულია; ამ ფაქტმა გამოაშკარავა ამ ასახვის მსგავსება სტინროდ-სიტნიკოვის ჰომოლოგიიდან ჩების ჰომოლოგიაში შედარების ასახვასთან. დამტკიცდა, რომ ამ ასახვის გარკვეული მნიშვნელოვანი თვისებები რჩება ძალაში ჩვენ აღვებრულ კონტექსტშიც.

შესწავლილია სასრულად წარმოდგენილი ფუნქტორის დეფექტი. ფუნქტორის დეფექტის ცნება განზოგადდა მოდულების კატეგორიიდან აბელური ჯგუფების კატეგორიაში ნებისმიერი ადიციური ფუნქტორის შემთხვევაზე.

შესწავლილ იქნა აგრეთვე სტაბილური კატეგორიის და მეორადი სტაბილური კატეგორიის ზოგიერთი თვისება. კერძოდ, დამტკიცდა, რომ სტაბილურ კატეგორიას მარცხნიდან მემკვიდრეობით მარცხნიდან სრულყოფილ მარჯვნიდან კოჰერენტულ რგოლებზე აქვს კობირთვები, და მიიძღვნა მათი კონსტრუქცია. ამისათვის დამტკიცდა სტრუქტურული თეორემები ასეთ რგოლებზე მარცხენა მოდულებისათვის. ამ თეორემების დამტკიცების მნიშვნელოვანი ნაწილი წმინდა კატეგორიული ხასიათისაა. იგივე კატეგორიული მიდგომის გამოყენებით მოიძებნა მარცხნიდან მემკვიდრეობით მარცხნიდან ნოეთერის რგოლებზე მარცხენა მოდულებისათვის ჰუის სტრუქტურული თეორემის ახალი დამტკიცება. ჩვენი სტრუქტურული თეორემის გამოყენებით დამტკიცდა, რომ მარცხნიდან მემკვიდრეობით მარცხნიდან სრულყოფილ მარჯვნიდან კოჰერენტულ რგოლებზე სტაბილური კატეგორია ექვივალენტურია სტაბილური მოდულების კატეგორიის, რაც გვაძლევს იმის საშუალებას, რომ სტაბილური კატეგორიის შესწავლა დავიყვანოთ სტაბილური მოდულების შესწავლის საკითხზე. მოიძებნა ასეთ რგოლებზე მარცხენა მოდულების კატეგორიიდან შესაბამის სტაბილურ კატეგორიაში მარცხენა შეუღლებული ფუნქტორის კონსტრუქცია. მოიძებნა მარცხნიდან მემკვიდრეობით მარცხნიდან სრულყოფილ მარჯვნიდან კოჰერენტულ რგოლების და ასევე მარცხნიდან მემკვიდრეობით მარცხნიდან ნოეთერის რგოლების დახასიათება გრეხვის თეორიის ტერმინებში. მარცხნიდან მემკვიდრეობით რგოლებზე სტაბილური კატეგორიის თვისებები განზოგადდა ადიციური კატეგორიის სტაბილური კატეგორიის შემთხვევაზე. ამის გამოყენებით დადგინდა მეორადი სტაბილური კატეგორიის ზოგიერთი თვისება.

მონოიდების შრაიერის ტიპის გაფართოებები დაკავშირდა მონოიდის კოჰომოლოგიის ჯგუფებთან, რითაც განზოგადდა ჯგუფების გაფართოებების კლასიკური აღწერა ჯგუფის კოჰომოლოგიის ჯგუფების საშუალებით. აგებულია წარმოებული ფუნქტორები ადიტიური ფუნქტორებისთვის მნიშვნელობებით ნახევრადმოდულებში და დადგენილია მათი ძირითადი თვისებები. დამტკიცდა წარმოებული ფუნქტორების გრძელი მიმდევრობის არსებობის და სიზუსტის თეორემა. განიმარტა ტეიტის კოჰომოლოგიის მონოიდები კოეფიციენტებით შეკვეცად ნახევრადმოდულებში და დამტკიცდა ნახევრადმოდულების შრაიერის ტიპის გაფართოებასთან ასოცირებული ტეიტის კოჰომოლოგიის მონოიდების გრძელი მიმდევრობის სიზუსტის თეორემა.

შესწავლილ იქნა სასრული ციკლური ჯგუფებით  $C^*$ -აღვებრებზე ავტომორფიზმებით მოქმედების კასპაროვის ტრიანგულარებადი კატეგორიის ჰომოლოგიური თვისებები, და შედეგად, ცხადად მიღებულ იქნა უნივერსალური აბელური ინვარიანტის წარმომქმნელები და დამოკიდებულებები.  $C^*$ -აღვებრების სასრული ჯგუფის მოქმედებების  $KK$ -ექვივალენტობამდე სიზუსტით უნივერსალური ინვარიანტის გამოსათვლელად მეკის ფუნქტორების მსგავსი დამოკიდებულებების და ბრუნის მქონე წარმოდგენების რგოლებია გამოყენებული.

#### 4. უცხოური გრანტებით დაფინანსებული სამეცნიერო პროექტები

##### 4.1.

1) გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი, დამფინანსებელი ორგანიზაცია/სამეცნიერო ფონდი, ქვეყანა; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. **Homology, homotopy and categorical invariants in groups and nonassociative algebras**; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: ჰომოლოგიური ალგებრა; პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი: PID2020-115155GB-I00; დამფინანსებელი ორგანიზაცია/სამეცნიერო ფონდი, ქვეყანა: ესპანეთის კვლევების სახელმწიფო სააგენტო (Agencia Estatal de Investigación de España); 01/09/2021-31/12/2024

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. სამეცნიერო ხელმძღვანელი: მანუელ ლადრა (სანტიაგო დე კომპოსტელას უნივერსიტეტი). მკვლევარები: **ემზარ ხმალაძე** და **ნიკოლოზ ინასარიძე** (ოსუ), ხოსე მანუელ კასასი და ხავიერ გარსია მარტინესი (ვიგოს უნივერსიტეტი), მარია პილარ პაეზი და რაფაელ ფერნანდეს კასადო (სანტიაგო დე კომპოსტელას უნივერსიტეტი).

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. 2023 წლის განმავლობაში გაგრძელდა პროექტის ფარგლებში დაგეგმილი ჯგუფების, ლის ალგებრების, ლაიბნიცის ალგებრების და ასოციური ალგებრების და მათი ჯვარედინი მოდულების ჰომოლოგიური თვისებების შესწავლა. კერძოდ, ლის ალგებრებისთვის შემოტანილია  $q$ -შემძლეობის ორი ახალი ცნება, ის დაკავშირებულია ლის ალგებრების  $q$ -ჯვარედინა მოდულებთან. მოყვანილია მათი აღწერა ლის ალგებრების არაახელურ ტენზორულ ნამრავლით მოდულით  $q$ . მიღებულია ახალი თვისებები ლაიბნიცის ალგებრების და ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების კატეგორიებს შორის ცნობილი დავიწყების და დალექსკის ფუნქტორებისთვის, შესწავლილია მათი ყოფაქცევა სრულყოფილ ობიექტებზე, ჯვარედინა მოდულებზე და (უნივერსალურ) ცენტრალურ გაფართოებებზე. განვითარებულია ჯვარედინა მოდულების თეორია ალგებრებისათვის ფრჩხილით და მეორე კოჰომოლოგია დახასიათებულია ჯვარედინა გაფართოებების საშუალებით. გაგრძელდა მუშაობა ჯვარედინი მოდულების გამოყენების კრიპტოგრაფიაში.

6. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა საქართველოში

6.4. სტატიები ჟურნალის/კრებულის ISSN-ის მითითებით

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით (არსებობის შემთხვევაში); გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა; გვერდების რაოდენობა

1. **A. Patchkoria**, On derived functors of semimodule-valued functors II, Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences, vol. **17** (2023), no. 2, 7-14, ISSN-0132 – 1447, საქართველოს ეროვნული მეცნიერებათა აკადემია, 8 გვერდი.

**ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. შემოტანილია საკუთრივი პროექციული ნახევრადმოდულის ცნება და საკუთრივი პროექციული რეზოლვენტების გამოყენებით აგებულია წარმოებული ფუნქტორები ადიციური ფუნქტორებისთვის შეკვეცადი ნახევრადმოდულების კატეგორიიდან შეკვეცადი ნახევრადმოდულების კატეგორიაში. გამოკვლეულია ნახევრადმოდულების საკუთრივ მოკლე ზუსტ მიმდევრობასთან ასოცირებული წარმოებული ფუნქტორების გრძელი მიმდევრობის სიზუსტის საკითხი. ნახევრადმოდულების საკუთრივი გაფართოებების საშუალებით აღწერილია Hom ფუნქტორის მარჯვენა წარმოებული ფუნქტორები.

7. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა უცხოეთში

7.3. სტატიები

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური, ციფრული (დიגיტალური) საიდენტიფიკაციო კოდი DOI; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით; გვერდების რაოდენობა

1. **H. Inassaridze**, Equivariant algebraic K-functors for  $\Gamma$ -rings. *Eur. J. Math.* **9** (2023), no. 4, 115.
2. **E. Khmaladze**, M. Ladra,  $q$ -crossed modules and  $q$ -capability of Lie algebras, Journal of Algebra and its Applications (გამოქვეყნდა ონლაინ) DOI: 10.1142/S0219498825501233
3. J. M. Casas, **E. Khmaladze**, M. Ladra, Notes on Leibniz  $n$ -algebras, Journal of Geometry and Physics (გამოქვეყნდა ონლაინ), <https://doi.org/10.1016/j.geomphys.2023.105035>
4. **G. Donadze**, **T. Pirashvili**, On low dimensional cohomology of crossed modules, Advanced Studies: Euro-Tbilisi Mathematical Journal 16 (4) (2023) pp. 143–173, DOI: 10.32513/asetmi/1932
5. **N. Inassaridze**, M. Khazaradze, **E. Khmaladze**, **B. Mesabliashvili**, On one-way ring homomorphisms, Journal of Mathematical Sciences, Vol. 275, No. 6, 728–734, <https://doi.org/10.1007/s10958-023-06714-5>

6. A. Al-Rawashdeh and B. Mesablishvili, On Amitsur cohomology of monads, Journal of Algebra and Its Applications (2023), 52 გვ., <https://doi.org/10.1142/S0219498825500537>
7. T. Datuashvili and T. Sahan, Pentactions and action representability in the category of reduced groups with action, DOI:10.1515/gmj 2022-2205, Georgian Mathematical Journal, 30(2), 2023, De Gruyter, Germany, 15 გვ.

**ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. ეს არის მცდელობა განზოგადდეს ალგებრული  $K$ - თეორიისათვის ჩვენი მიდგომა ჯგუფის მოქმედებების ჰომოლოგიურ ალგებრაზე, რომელსაც შეიძლება ეწოდოს  $\Gamma$ -ალგებრული  $K$ -თეორიის შესავალი.  $\Gamma$ -რგოლებისთვის შემოტანილი და გამოკვლეულია მილნორის ალგებრული  $K$ -თეორია და სვანის ალგებრული ფუნქტორები. კერძოდ,  $\Gamma$ -რგოლებისთვის გავრცელებულია მაცემოტოს ჰიპოტეზა სიმბოლოს ჯგუფის შესახებ, და მილნორის ჰიპოტეზები დაკავშირებული ვიტის ალგებრებთან და ჩოუ ჯგუფებთან.
2. ლაიბნიცის ალგებრების და ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების კატეგორიებს შორის კარგად ცნობილი დავიწყების და დალესკის ფუნქტორებისთვის განხილულია მათი განზოგადებები  $n$ -ალგებრების და  $k(n-1)+1$ -ალგებრების კატეგორიების შემთხვევაზე. განზოგადებულ კონტექსტში მიღებულია ამ ფუნქტორების ახალი თვისებები. შესწავლილია მათი ყოფაქცევა სრულყოფილ ობიექტებზე, ჯვარედინა მოდულებზე და (უნივერსალურ) ცენტრალურ გაფართოებებზე. მიღებულია ამ შედეგების გამოყენებები ლაიბნიცის ალგებრების ჰომოლოგიებში.
3. ყოველი მთელი დადებითი  $q$  რიცხვისთვის, შესწავლილია ლის ალგებრების  $q$ -ჯვარედინა მოდულები და ისინი დაკავშირებულია ლის ალგებრების მოდულით  $q$  არააბელურ ტენზორულ და გარე ნამრავლებთან. ლის ალგებრებისთვის შემოტანილია  $q$ -შემმლეობის ორი ახალი ცნება,  $q$ -ტენზორული ცენტრის,  $q$ -გარე ცენტრის ცნებები და გამოკვლეულია მათ შორის კავშირები. თითოეული ეს ცნება წარმოადგენს ჯგუფებისთვის უკვე ცნობილი კონსტრუქციების ლის ალგებრულ ვერსიას. მიღებულია  $q$ -შემმლეობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები.
4. განმარტებულია ჯვარედინი მოდულების დერივაციები და ჯვარედინი მოდულების კოჰომოლოგიები არატრივიალური კოეფიციენტებით. აგებული კოჰაჰჰური კომპლექსი, რომელიც ითვლის ჯვარედინი მოდულების კოჰომოლოგიებს ნულოვან, პირველ და მერე განზომილებებში. დამტკიცებულია, რომ მეორე განზომილებაში ჯვარედინი მოდულის კოჰომოლოგია საზოგადოთ არ მოიცემა Ext ფუნქტორის საშუალებით.
5. სტატიაში შემოთავაზებულია რგოლთა ცალმხრივი ჰომომორფიზმების ახალი ვერსია, რომელიც დაფუძნებულია (არა-აბელური) ჯგუფების ცალმხრივ ჰომომორფიზმებზე. ასეთი ჰომომორფიზმების გამოყენებით აგებულია მრავალმხრივი ციფრული ხელმოწერების სქემა.
6. შემოტანილია და შესწავლილია ნულოვანი და ერთგანზომილებიანი არააბელიური ამიცურის კოჰომოლოგიის თეორია ისეთი ინვოლუციური დისტრიბუციულობის კანონით აღჭურვილი მონადებისთვის, რომელიც აკმაყოფილებს იან-ბაქსტერის განტოლებას. მოცემულია აგრეთვე რამდენიმე გამოყენება (არაკომუტაციური) რგოლებისა და ბანახის ალგებრების გაფართოებებისათვის.
7. წარმოდგენილია ახალი კატეგორიის მაგალითი, სადაც მოძებნილია ობიექტების თვისებები, რომლებიც გვამდევს მოქმედების წარმოდგენადობის პრობლემის გადაწყვეტის საშუალებას. კერძოდ, ობიექტებს ასეთი თვისებებით აქვთ მოქმედების წარმოდგენადობის თვისება. ეს არის დაყვანილი თვითმოქმედი ჯგუფების კატეგორია. ეს კატეგორია განმარტებული იყო ჩემი და ჩემი თანაავტორის თ. შაჰანის მიერ ერთობლივ შრომაში როგორც სრული ქვეკატეგორია თავის თავზე მოქმედი ჯგუფების კატეგორიისა, რომელმაც გადამწყვეტი როლი შეასრულა ლოდის ორი პრობლემის ამოხსნაში. ჩვენს მიერ წარმოდგენილი კატეგორია არ არის ინტერესის კატეგორია ორზეხის აზრით, სადაც შემოტანილი იყო ჩემს მიერ ესპანელკოილეგებთან ერთად უნივერსალური მკაცრი ზოგადი ექტორის ცნება და მთელ რიგ ალგებრულკატეგორიებში დადგენილი იყო ექტორის არსებობის საკმარისი პირობები. მიუხედავად ამისა დაყვანილი თვითმოქმედი ჯგუფების კატეგორია ხასიათდება რიგი თვისებებით, რომელიც აქვს ინტერესის კატეგორიას, რაც გამოიყენებოდა უნივერსალური მკაცრი ზოგადი ექტორის კონსტრუქციაში და ექტორის არსებობის საკითხის გადაწყვეტაში. მოქმედებისა და წარმოდგენადობის ცნებები თანხვედრაშია ცნებებთან, რომელიც შემოტანილი იყო ნახევრად აბელური კატეგორიების შემთხვევაში. განმარტებულია ფუნქციების ხუთეული პენტექტონ Pentact(A), გამამყარებლისა Stab(A) და სუსტი გამამყარებლის wStab(A) ცნებები ნებისმიერი დაყვანილი თვითმოქმედი A ჯგუფისთვის; აგრეთვე სრულყოფილი ობიექტის ცნება ამ კატეგორიაში. მოყვანილია მაგალითი ობიექტისა, რომელიც არის სრულყოფილი და დამატებითი თვისებით wStab(A)=0. დამტკიცებულია, რომ თუ ობიექტი არის სრულყოფილი და wStab(A)=0, მაშინ Pentact(A) არის დაყვანილი თვითმოქმედი ჯგუფი. განმარტებულია Pentact(A) -ის მოქმედება A-ზე და

დამტკიცებულია, რომ თუ  $A$  აკმაყოფილებს ზემოთ აღნიშნულ ორ პირობას, მაშინ ეს მოქმედა არის წარმოებული მოქმედება შესაბამის კატეგორიაში. დამტკიცებულია, რომ იგივე პირობებში  $A$ -ს აქვს წარმოდგენადი მოქმედება და  $\text{Pentact}(A)$  წარმოადგენს ყველა მოქმედებას  $A$  ობიექტზე.

## 8. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა

### 8.1. საქართველოში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. **ე. ხმალაძე**, „ფრჩხილით ალგებრების კოჰომოლოგია და ჯვარედინა გაფართოებები“, საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIII საერთაშორისო კონფერენცია, 3-7 სექტემბერი, 2023 წელი. ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ბათუმი
2. **ა. პაჭკორია**, „წარმოებული ფუნქტორები ფუნქტორებისთვის მნიშვნელობებით ნახევრადმოდულეებში II“, თსუ, ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, 14-17 თებერვალი, 2023, თბილისი.
3. **დ. ზანგურაშვილი**, სტრუქტურული თეორემები მოდულებისათვის ზოგიერთ რგოლზე, თსუ, ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, 14-17 თებერვალი, 2023, თბილისი.
4. **A. Patchkoria** (თანაავტორებით N. Martins-Ferreira, A. Montoli, M. Sobral), “On the classification of Schreier extensions of monoids with non-abelian kernel”, საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIII საერთაშორისო კონფერენცია, 4-9 სექტემბერი, 2023, ბათუმი.
5. **ბ. მესაბლიშვილი**, ჰილბერტის თეორემა 90 მონოიდალურ კატეგორიებში, საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIII საერთაშორისო კონფერენცია, 04.09.23 - 09.09.23, ბათუმი (საქართველო).

### 8.2. უცხოეთში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. **E. Kmaladze**, Does the Deletskii-Takhtajan functor preserve perfect objects? Seminars in Homological algebra, University of Vigo, Pontevedra, Spain
2. **B. Mesabliashvili**, Quasi-projections and factorizations of monoids, LOOPS'23, 25.06-02.07.2023, Będlewo, Poland <https://www.impan.pl/en/activities/banach-center/conferences/23-loops>
3. **A. Patchkoria**, “On derived functors of semimodule-valued functors”, კოიმბრას (პორტუგალია) უნივერსიტეტის ალგებრის, ლოგიკის და ტოპოლოგიის სემინარი, 6 დეკემბერი, 2023, კოიმბრა, პორტუგალია <https://cmuc.mat.uc.pt/rdonweb/event/showPPSeminar.do?seminarID=2161>.

*მოხსენების ანოტაცია (საჭიროა იმ შემთხვევაში, თუ მოხსენება ფორუმის მასალებში ან სხვა გამოცემაში არ გამოქვეყნებულია)*

1. მოხსენებაში წარმოდგენილია ლაიბნიცის და ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების კატეგორიებს შორის დავიწყების და დალეტსკი-ტახტაჯანის ფუნქტორების განზოგადებები. დასაბუთებულია, რომ ზოგადად დალეტსკი-ტახტაჯანის ფუნქტორი არ ინახავს სრულყოფილ ობიექტებს, მოყვანილია კონტრ-მაგალითი. წარმოდგენილია მსჯელობა, რა პირობებში არის შესაძლებელი დალეტსკი-ტახტაჯანის ფუნქტორს გააჩნდეს მსგავსი თვისება.

## დამატებითი ინფორმაცია:

### წარდგენილი სტატიები:

1. T. Datuashvili, O. Mucuk, N. Alemdar, T. Hasan, From cssc-crossed modules to categorical groups, 25 pages
2. D. Zangurashvili, The structure theorem for left modules over left hereditary left perfect right coherent rings, 16 გვ. <https://arxiv.org/pdf/2302.11202.pdf>
3. G. Samsonadze, D. Zangurashvili, Descent in the dual category of ternary rings, 10 გვ. <https://arxiv.org/pdf/2308.04747.pdf>
4. D. Zangurashvili, The binary products of algebras with genetic realization, 7 გვ.
5. Kh. M. Casas, E. Khmaladze, M. Ladra, Wells type exact sequence and crossed extensions of algebras with bracket, Forum Mathematicum (submitted) <https://arxiv.org/abs/2307.15636>

**სამეცნიერო მივლინება საზღვარგარეთ:**

1. ა. პაჭკორია, University of Coimbra, ქ. კოიმბრა, პორტუგალია, 5-9 დეკემბერი, 2023

**ჟურნალების რედაქტორობა:**

1. **ბ. ინასარიძე** ხელმძღვანელობს ორ საერთაშორისო მათემატიკურ ჟურნალს, Journal of Homotopy and Related Structures, რომელიც იბეჭდება Springer-ის მიერ და Advanced Studies: Euro-Tbilisi Mathematical Journal, რომელიც იბეჭდება Project Euclid Publishers (USA) მიერ.
2. **ე. ხმალაძე** არის Advanced Studies: Euro-Tbilisi Mathematical Journal-ის რედაქტორი.
3. **თ. დათუაშვილი** არის Turkish Journal of Mathematics-ის რედაქტორი.

**რეფერატიულ ჟურნალებთან თანამშრომლობა:**

1. **თ. დათუაშვილის** მიერ გამოქვეყნდა zbMath-ში სამი სტატიის მიმოხილვა.

## მათემატიკური ლოგიკის განყოფილება

მამუკა ჯიბლაძე (განყოფილების ხელმძღვანელი, მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), დავით გაბელაია (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), ლევან ურიდია (მეცნიერი თანამშრომელი), ევგენი კუზნეცოვი (მეცნიერი თანამშრომელი), გიორგი ნადარეიშვილი (მეცნიერი თანამშრომელი).

1. სახელმწიფო ბიუჯეტის პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების ჩამონათვალი:

1) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. „**მოდალური და ინტუციონისტური ლოგიკის სემანტიკური ასპექტები**“, დარგი - მათემატიკა, მიმართულება - მათემატიკური ლოგიკა, 2019 - 2023

2) პროექტის შესრულებაში მონაწილე პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. მ. ჯიბლაძე (ჯგუფის ხელმძღვანელი), დ. გაბელაია, ე. კუზნეცოვი, გ. ნადარეიშვილი, ლ. ურიდია (ჯგუფის წევრები)

2. პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების შესრულების შედეგები

2.2.

1) დასრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. „**მოდალური და ინტუციონისტური ლოგიკის სემანტიკური ასპექტები**“, დარგი - მათემატიკა, მიმართულება - მათემატიკური ლოგიკა, 2019 - 2023

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. მ. ჯიბლაძე (ჯგუფის ხელმძღვანელი), დ. გაბელაია, ე. კუზნეცოვი, გ. ნადარეიშვილი, ლ. ურიდია (ჯგუფის წევრები)

**დასრულებული კვლევითი პროექტის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. განვითარდა პოლიედრებზე ინტერპრეტირებული სივრცითი ლოგიკის SLCS ბისიმილარობის თეორია. შესწავლილ იქნა სუსტი სივრცითი წვდომადობის ოპერატორის შემთხვევა და შემუშავდა ახალი მინიმიაზაციის ალგორითმი. განხორციელდა აღნიშნული ალგორითმის კონცეპტუალური პროგრამული იმპლემენტაცია. ვისერის საბაზო პროპოზიციული აღრიცხვის სანო-მას ტოპოლოგიური სემანტიკა განზოგადდა wK4 ალგებრებზე, რის საშუალებითაც განხორციელდა არდეშირ-რუიტენბურგის ოპერატორის უძრავი წერტილების სიმრავლის გაიგივება აღნიშნული ტიპის ალგებრის ყველა სრულყოფილი ელემენტის სიმრავლესთან.

3. შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით

დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

3.1.

1) გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი

1. მოდელების შემოწმება პოლიედრული ლოგიკისთვის; დარგი - მათემატიკა, მიმართულება - მათემატიკური ლოგიკა; CNR-22-010; 2022-2024.

2. მოდალური და ინტუციონისტური ლოგიკის პოლიედრული სემანტიკა; დარგი - მათემატიკა, მიმართულება - მათემატიკური ლოგიკა; CNR-22-010; 2022-2024.



2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. **დ. გაბელაია** (ხელმძღვანელი), **ე. კუზნეცოვი** (თანაშემსრულებელი), **ლ. ურიდია** (თანაშემსრულებელი), **მ. ჯიბლაძე** (თანაშემსრულებელი)
2. **დ. გაბელაია** (ხელმძღვანელი), **ე. კუზნეცოვი** (თანაშემსრულებელი), **ლ. ურიდია** (თანაშემსრულებელი), **მ. ჯიბლაძე** (თანაშემსრულებელი)

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

მიმდინარეობს სივრცული წვდომადობის ოპერატორთა სხვადასხვა ვარიანტების შესწავლა მოდალური ლოგიკის მეთოდებით. შემუშავებულია რამდენიმე აქსიომატური სისტემა შესაბამისი მოდალობების დასახასიათებლად, რომლებიც მორგებულია კვაზიდალაგებულ სტრუქტურებში ე. წ. ზიგზაგური გზების, ლოკალურად წრფივად ბმულ ტოპოლოგიურ სივრცეებში უწყვეტი გზებისა და ზოგად ტოპოლოგიურ სივრცეებში ბმული ქვესიმრავლეების მეშვეობით აგებული სემანტიკებისათვის.

3.2.

1) დასრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. „**სტაბილური სტრუქტურები ჰომოლოგიურ ალგებრაში**“, დარგი - **მათემატიკა**, მიმართულება - **ალგებრა**, **FR-18-10849, 1919-1923**

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. **გ. ნადარეიშვილი** (თანაშემსრულებელი), **მ. ჯიბლაძე** (თანაშემსრულებელი)

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. C\*-ალგებრებით აგებული არსებითად არაბელური ტრიანგულებადი კატეგორიების გამოყენებით მიღებულია უნივერსალურ კოეფიციენტთა თეორემების ჰომოლოგიური აღწერა. აგებული და შესწავლილია დინამიური სისტემების ბივარიანტული K-თეორიის მაკვის მსგავსი ინვარიანტები. გამოთვლილია კლაინის 4-ჯგუფის მოქმედებანი C\*-ალგებრების KK-ინვარიანტები.

6. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა საქართველოში

6.4. სტატიები ჟურნალის/კრებულის ISSN-ის მითითებით

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით (არსებობის შემთხვევაში); გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა; გვერდების რაოდენობა

1. **D. Gabelaia, M. Jibladze**, “Explaining” the Ardeshir-Ruitenbunrg operator, Language, Logic, Computation, Institute of Theoretical and Applied Linguistics, TSU Tbilis, Vol. VII, 2023, pp. 87-93; თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი  
[https://www.researchgate.net/profile/Mamuka\\_Jibladze/publication/376032030\\_EXPLAINING\\_THE\\_ARDESHIR-RUITENBURG\\_OPERATOR/links/65676f4c3fa26f66f439b5fd/EXPLAINING-THE-ARDESHIR-RUITENBURG-OPERATOR.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Mamuka_Jibladze/publication/376032030_EXPLAINING_THE_ARDESHIR-RUITENBURG_OPERATOR/links/65676f4c3fa26f66f439b5fd/EXPLAINING-THE-ARDESHIR-RUITENBURG-OPERATOR.pdf)
2. **A. Elashvili, M. Jibladze, G. Khimshiashvili**, Remarks on invertible binomial singularities, საქ. მეცნ. აკად. მოამბე, საქართველოს მეცნიერებათა აკადემია; ISSN 0132-1447; გადაცემულია დასაბეჭდად 2023 წლის დეკემბერში, 10 გვ.
3. **George Nadareishvili**, Approximations of Kasparov Categories of C\*-Algebras, In: Algebra, Topology and Analysis: C\* and A\_-algebras, Lecture Notes, Ivane Javakhishvili Tbilisi State University, 2023, 69-72, თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა; ISBN 978-9941-36-079-4  
<https://www.tsu.ge/ka/publishing-house/single/1484>

**ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. მიღებულია ვისერის ალგებრებზე არდემირისა და რუიტენზურგის მიერ აგებული ოპერატორის სემანტიკური აღწერა საბაზო პროპოზიციული აღრიცხვის მასა და სანოს მიერ შემოთავაზებული კანტორ-ბენდიქსონის წარმოებულის ორადულ ოპერატორზე დაფუძნებული ტოპოლოგიური სემანტიკის wK4 ალგებრებზე განზოგადების მეშვეობით
2. შემოტანილი და შესწავლილია კვაზიერთგვაროვან ბრტყელ ერთგანზომილებიან განსაკუთრებულობასთან დაკავშირებული ახალი ალგებრული ობიექტები, გამოკვლეულია მათი კავშირი ასეთი განსაკუთრებულობის სხვა ინვარიანტებთან. აღნიშნული ობიექტების სტრუქტურა აღწერილია შებრუნებადი ბინომიალური განსაკუთრებულობებისთვის.
3. გადმოცემულია სხვადასხვა ავტორების, მათ შორის თავად შრომის ავტორის ბოლოდროინდელი მიღწევები C\*-ალგებრების თეორიაში ჰომოლოგიური ალგებრის გამოყენებების მიმართულებით. კერძოდ, აღწერილია ავტორის მიერ მიღებული ე. წ. ბუტსტრაპ კლასის ტრიანგულებადი კატეგორიის მალოკალიზებული ქვეკატეგორიების აღწერა გადაუჯვარედინებელი დანაწევრებების გამოყენებით.

**7. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა უცხოეთში**

**7.3. სტატიები**

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური, ციფრული (დიგიტალური) საიდენტიფიკაციო კოდი DOI; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით; გვერდების რაოდენობა

1. Vincenzo Ciancia, **David Gabelaia**, Diego Latella, Mieke Massink, Erik P. de Vink, On Bisimilarity for Polyhedral Models and SLCS, [https://doi.org/10.1007/978-3-031-35355-0\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-031-35355-0_9); In: Huisman, M., Ravara, A. (eds) Formal Techniques for Distributed Objects, Components, and Systems. FORTE 2023. Lecture Notes in Computer Science, vol 13910, pp. 132-151. Springer, Cham. First Online: 10 June 2023, 19 pp.
2. **David Gabelaia**, **Evgeny Kuznetsov**, Radu Casian Mihailescu, Konstantine Razmadze, **Levan Uridia**, Temporal logic of surjective bounded morphisms between finite linear processes, <https://doi.org/10.1080/11663081.2023.2269432>, Journal of Applied Non-Classical Logics, Published online: 27 Oct 2023, 30 pp.
3. Sam Adam-Day, Nick Bezhanishvili, **David Gabelaia**, Vincenzo Marra, The Intermediate Logic of Convex Polyhedra, <https://arxiv.org/abs/2307.16600>, Annals of Pure and Applied Logic, გადაცემულია დასაბეჭდად, 31 pp.

**ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. შრომაში შესწავლილია ჩაკეტვიანი სივრცეების სივრცული ლოგიკის (Spatial Logic for Closure Spaces, SLCS) პოლიედრული სემანტიკა. შექმნილია SLCS-ს გეომეტრიული სივრცული მოდელების შემმოწმებელი PolyLogicA. პოლიედრების წახნაგური მოდელებისათვის შემოღებულია ბისიმილარობის ახალი მიმართება, ±-ბისიმილარობა. ნაჩვენებია, რომ აღნიშნული მიმართება ემთხვევა SLCS-ის აზრით ლოგიკურ ექვივალენტობას.
2. შესწავლილია სასრული წრფივი სტრუქტურებისა და მათ შორის სიურექციული შემოსაზღვრული მორფიზმების ტემპორალური ლოგიკა. მიღებულია ასეთი სტრუქტურების დახასიათება მოდალური ფორმულებით და ნაჩვენებია, რომ მათ შორის ნებისმიერი შემოსაზღვრული მორფიზმი იზომორფიზმამდე სიზუსტით ცალსახად აღიწერება ტემპორალური ფორმულით. შრომის ძირითადი შედეგია მიღებული ლოგიკის კრიპკეს აზრით სისრულე ზემოაღნიშნული სტრუქტურებისა და მათ შორის შემოსაზღვრული მორფიზმების კლასის მიმართ.
3. შესწავლილია შუალედური და მოდალური ლოგიკების სემანტიკა პოლიედრების ტერმინებში. შრომის ძირითად შედეგს წარმოადგენს ყველა პოლიტოპების, ანუ კომპაქტური ამოხსნილი პოლიედრების **PL** შუალედური ლოგიკის სასრული აქსიომატიზაცია. ეს ლოგიკა განსაზღვრულია ორი მარტივი ფრეიმის იანკოვ-ფაინის ფორმულების ტერმინებში. მიღებული აქსიომატიზაციის კორექტულობის დასადგენად მიღებულია ამ ორი ფორმულის მიერ პოლიედრებზე დადებული გეომეტრიული შეზღუდვების აღწერა, რის გამოყენებითაც კლასიკური პოლიედრული გეომეტრიის რამდენიმე ძირეული შედეგის გამოყენებით ნაჩვენებია, რომ ამოხსნილი პოლიედრები ამ შეზღუდვებს მართლაც აკმაყოფილებენ. აქსიომატიზაციის სისრულის დასადგენად ჯერ შემოტანილია ფრეიმის პოლიედრული გეომეტრიული რეალიზაციის ცნება, რის შემდეგაც ნაჩვენებია, რომ ნებისმიერი **PL**-ფრეიმი წარმოდგება ისეთი გარკვეული სპეციალური სახის ფრეიმის p-მორფულ ანასახად, რომლისთვისაც მტკიცდება ამოხსნილ პოლიედრად გეომეტრიული რეალიზებადობა.

## 8. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა

### 8.1. საქართველოში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. დავით გაბელაია, Polyhedral semantics for reachability modality, 2023 წლის 11-15 სექტემბერი, საერთაშორისო კონფერენცია LATD 2023
2. ევგენი კუზნეცოვი, Étale Heyting algebras, 14<sup>th</sup> Tbilisi Symposium on Logic, Language and Computation (TbiLLC 2023), 18-23 სექტემბერი, თელავი

*მოხსენების ანოტაცია (საჭიროა იმ შემთხვევაში, თუ მოხსენება ფორუმის მასალებში ან სხვა გამოცემაში არ გამოქვეყნებულა)*

1. მოხსენებაში მიმოხილულია ბოლოდროინდელი მიღწევები მოდალური ლოგიკის პოლიედრული სემანტიკის მიმართულეებით, სახელდობრ სივრცული მიღწევადობის მოდალობის თვალსაზრისით. ახსნილია, თუ როგორ შეიძლება ამ მოდალობის ინტერპრეტაცია პოლიედრულ სემანტიკაში და მოყოლილია ასეთი ინტერპრეტაციის შედეგად მიღებული პირველადი შედეგები.
2. მოყოლილია ავტორის შედეგები ესაკიას სივრცეებს შორის ასახვების მის მიერ შემოღებული ახალი კლასის, ე. წ. ესაკიას ლოკალური ჰომეომორფიზმების შესწავლის მიმართულეებით. კერძოდ, აღწერილია კავშირი სასრულ ჰეიტინგის ალგებრაზე ე. წ. ეტალურ ალგებრებს, მის ორადულ სასრულ დალაგებულ სიმრავლეზე ესაკიას ლოკალურ ჰომეომორფიზმებსა და ამ სასრული დალაგებული სიმრავლიდან სტოუნის სივრცეთა კატეგორიაში ფუნქტორებს შორის.

### 8.2. უცხოეთში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. David Gabelaia, On Bisimilarity for Polyhedral Models and SLCS, FORTE 2023, Lissabon, Portugal, June 19-23, 2023

## დამატებითი ინფორმაცია

- განყოფილების თანაორგანიზატორობით ჩატარდა საერთაშორისო სიმპოზიუმი TbiLLC 2023: Fourteenth International Tbilisi Symposium on Logic, Language and Computation (თელავი, 18-22 სექტემბერი, 2023) <https://events.ilic.uva.nl/Tbilisi/Tbilisi2023/>.
- გარდა ამისა, ამ სიმპოზიუმის სატელიტური საერთაშორისო ვორკშოპის DaLi: Dynamic Logic – New trends and applications (თბილისი, 15-16, სექტემბერი 2023) ლოკალური ორგანიზატორი იყო დ. გაბელაია <https://dali2023.compute.dtu.dk/>.

## ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის განყოფილება

მიხეილ მანია (განყოფილების ხელმძღვანელი, მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), თეიმურაზ ტორონჯაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), ომარ ფურთუხია (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი).

1. სახელმწიფო ბიუჯეტის პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების ჩამონათვალი:

1) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. **მარტინგალური მეთოდების გამოყენება სტოქასტურ ფინანსთა თეორიაში, ასიმპტოტურ სტატისტიკასა და ოპტიმალურ მართვაში. ზღვარითი თეორემები და წინმსწრები სტოქასტური ანალიზი (ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა);** პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები: **2019-2023**

2) პროექტის შესრულებაში მონაწილე პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

**მ. მანია** (ხელმძღვანელი), **თ. ტორონჯაძე** (ძირითადი შემსრულებელი), **ო. ფურთუხია** (ძირითადი შემსრულებელი).

2. პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების შესრულების შედეგები

2.2.

1) დასრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. **მარტინგალური მეთოდების გამოყენება სტოქასტურ ფინანსთა თეორიაში, ასიმპტოტურ სტატისტიკასა და ოპტიმალურ მართვაში. ზღვარითი თეორემები და წინმსწრები სტოქასტური ანალიზი (ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა);** პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები: **2019-2023**

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. **მ. მანია** (ხელმძღვანელი), **თ. ტორონჯაძე** (ძირითადი შემსრულებელი), **ო. ფურთუხია** (ძირითადი შემსრულებელი).

**დასრულებული კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. განიხილება ბროუნის მოძრაობის ისეთი ფუნქციონალები, რომელთა პირობითი მათემატიკური ლოდინი ბროუნის მოძრაობის ბუნებრივ ფილტრაციასთან მიმართებაში (ე.წ. ფილტრი) არ არის სტოქასტურად გლუვი და შეისწავლება მათი იტოს სტოქასტური ინტეგრალის სახით წარმოდგენადობის საკითხები და ინტეგრანდის ცხადი სახით დადგენის მეთოდები. კერძოდ, შესწავლილია ისეთი სტოქასტურად არაგლუვი ბროუნის მოძრაობის ფუნქციონალები, რომელთა პირობითი მათემატიკური ლოდინიდან ბროუნის მოძრაობის ბუნებრივი ფილტრაციის მიმართ გამოიყოფა იგივე სახის არაგლუვი შესაკრები ან თანამამრავლი. ეს საკითხი უშუალოდაა დაკავშირებული როგორც ნაწილობრივ დაკვირვებადი შემთხვევით პროცესების ოპტიმალური ფილტრაციის ამოცანებთან, ასევე თანამედროვე სტოქასტური ფინანსური მათემატიკის აქტუალურ პრობლემებთან. ფუნქციონალების განხილულ კლასში შედიან ისეთი ფუნქციონალებიც, რომლებიც არ არიან გლუვი მალივენის აზრით, და შესაბამისად, მათ მიმართ გამოყენებადია არა მარტო კარგად ცნობილი კლარკ-ოკონეს ფორმულა (1984), არამედ მისი შემდგომი დლონტი-ფურთუხიას განზოგადებული წარმოდგენის ფორმულა (2017). განხილული ფუნქციონალებისთვის დადგენილია ინტეგრანდის ცხადი სახე.

შესწავლილია სტატისტიკური სტრუქტურების პარამეტრების ძალდებული შემფასებლების და ჰიპოთეზების ტესტირების ძალდებული კრიტერიუმების არსებობის პრობლემატიკა. განხილულია როგორც თვლადი სტატისტიკურ სტრუქტურის, ისე კონტინუუმ სტატისტიკური სტრუქტურის შემთხვევები, რომლებიც უშვებენ როგორც ჰიპოთეზების ტესტირების ძალდებულ კრიტერიუმებს, ისე პარამეტრთა ძალდებულ შემფასებლებს. მიღებულია სტატისტიკური სტრუქტურების პარამეტრების ძალდებული

შემფასებლების და სტატისტიკური სტრუქტურების ჰიპოთეზის ტესტირების ძალდებული კრიტერიუმების არსებობისთვის აუცილებელი და საკმარისი პირობები.

CULAN (consistent uniformly linear asymptotically normal) შეფასებები წარმოადგენს მნიშვნელოვან კლასს რობასტულ სტატისტიკაში. სწორედ ასეთი შეფასებებია აგებული მცირე შემთხვევითობის მქონე სტოქასტური ვოლატილობის მოდელისათვის.

შესწავლილია რობასტული შეფასებების აგების ამოცანა ჰუბერის გაჭუჭყიანებული დაკვირვებების მოდელში. მოცემულია საბაზისო მოდელის აღწერა და ისეთი CULAN-ს შეფასებების განმარტება, რომელიც დაკავშირებულია საბაზისო მოდელთან. შემოყვანილია კუმშვადი გაჭუჭყიანებული მიდამოების ცნება რომელიც აღწერილია ნომინალური განაწილების გაჭუჭყიანების ტერმინებში, რასაც ბუნებრივად მივყავართ ალტერნატიული ზომების კლასის განმარტებამდე. აქვე შესწავლილია CULAN შეფასებების ასიმპტოტური ყოფაქცევა ალტერნატიული ზომის მიმართ. ამის საფუძველზე ფორმულირებულია ოპტიმიზაციის პრობლემა. ხსენებული ოპტიმიზაციის პრობლემა გადაჭრილია და აგებულია ოპტიმალური B-რობასტული შეფასება.

გამოყენებულია შექცეული სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების მიდგომა ფონ ბერტალანფის თევზის ზრდის დეტერმინისტული მოდელის განზოგადებისთვის, რომელიც ყველაზე ხშირად გამოიყენება როგორც ზომა-ასაკობრივი მონაცემების აღწერითი მოდელი. არსებობს ბევრი სტოქასტური ზრდის მოდელი, რომელიც ფონ ბერტალანფის თევზის ზრდის დეტერმინისტულ მოდელს ანზოგადებს, მაგრამ ყველა არსებულს მოდელს აქვს ერთი ნაკლი, როგორც ზრდის მოდელს, ვინაიდან თევზის ასიმპტოტური სიგრძე ითვლება მუდმივად. ეს გულისხმობს, რომ თევზის სიგრძის ცვალებადობა ნულისკენ მიისწრაფვის, რაც არ არის რეალისტური, რადგან ეს ნიშნავს, რომ ყველა ინდივიდმა უნდა მიაღწიოს ერთსა და იმავე ზღვრულ ზომას. ამ პრობლემის დასაძლევად ვივარაუდოთ, რომ თევზის ექსტრემალური ზომა თავისთავად შემთხვევითი სიდიდეა, რაც ითვალისწინებს ინდივიდუალურ ცვალებადობას გაითვალისწინებს. ამიტომ არის ბუნებრივია, გამოვიყენოთ შექცეული სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებები (Backward SDEs) პირდაპირი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების (Forward SDEs) SDE-ების ნაცვლად, თევზის ასიმპტოტური სიგრძის ტოლი შემთხვევითი სასაზღვრო პირობით ბოლოში. ჩვენ გამოვიყვანეთ შექცეული სტოქასტური დიფერენციალური განტოლება თევზების ზრდის პროცესისთვის და ვაჩვენეთ ამ განტოლების ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა.

აღწერილია ერთი ცვლადის ფუნქციათა კლასები რომელთათვისაც ბროუნის მოძრაობის ცენტრირებული და ნორმირებული გარდაქმნები წარმოადგენს მარტინგალს, როგორც ერთგანზომილებიან ასევე მრავალგანზომილებიან შემთხვევაში. მიღებული შედეგები გამოყენებულია, კომის, აბელის, დალამბერის და კვადრატული ფუნქციონალური განტოლებების მარტინგალური დახასიათების მისაღებად. ნაჩვენებია, რომ ამ განტოლებების ზოგადი ამოხსნის პოვნა გარკვეული მარტინგალური პრობლემის ამოხსნის ეკვივალენტურია. გამოყვანილია სტოქასტური ფუნქციონალური განტოლება და ნაჩვენებია რომ ამ განტოლების ზოგადი ამოხსნა სტოქასტური ექსპონენტების კლასს ემთხვევა.

### 3. შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

#### 3.1.

1) გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. სტიქიით დაზარალებულ ზონებში სატრანსპორტო მარშრუტების დაგეგმვის ფაზი-ალბათური მოდელი, STEM-22-226, პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები 22.12.2022--22.12.2024.

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. **ომარ ფურთუხია** - ძირითადი პერსონალი

*გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)*

1. თანამედროვე მსოფლიოში უფრო და უფრო პრობლემური ხდება სატრანსპორტო საშუალებების (სს) მარშრუტებზე ოპტიმალური გადაადგილების მართვა სტიქიით დაზარალებულ ზონებში. ესენია: 1. კატასტროფების, მიწისძვრების, მასობრივი განადგურების იარაღის გამოყენების შედეგად და სხვა. დაზიანებულ გეოგრაფიულ ზონებში არსებული სამხედრო, სამედიცინო და სხვა ტიპის ობიექტების

ოპტიმალური და უსაფრთხო მომარაგების მენეჯმენტი; 2. ექსტრემალურ და რთულ სიტუაციებში სწრაფი რეაგირებისა და მოსახლეობისათვის უსაფრთხო დახმარების დაგეგმვა; 3. ექსტრემალურ სიტუაციაში სამხედრო მოქმედებისას სატრანსპორტო საშუალებებით ტვირთების გადაზიდვის მარშრუტების სტრატეგიული მენეჯმენტი; 4. მჭიდროდ დასახლებულ გეოგრაფიულ ზონებში (ქალაქები და სხვ.) გზებზე გართულებულ სიტუაციებში ტრანსპორტით გადატვირთული გზები, სამოქალაქო მიტინგები და გაფიცვები, გზებზე მეტეოროლოგიური და სხვა მიზეზებით გამოწვეული ცუდი ხილვადობა, მოყინული გზები და სხვ.) სატრანსპორტო საშუალებების მარშრუტებზე ოპტიმალური გადაადგილების მენეჯმენტი და სხვა. პროექტის ფარგლებში შემუშავდა ახალი FPVRP-მიდგომა. ეს მიდგომა ითვალისწინებს ზემოთ წარმოდგენილი პრობლემის გადაწყვეტას. აიგო აგრეგირების ახალი ინსტრუმენტი. ეს ინსტრუმენტი უზრუნველყოფს გზებზე გადაადგილების მარშრუტების სანდოობის კრიტერიუმების აგებას, რაც FRP-მიდგომებსა და კვლევებში არსებითად ახალ მიმართულებას იძლევა. ამ მიდგომის საფუძველზე შეიქმნება პროგრამული პროდუქტი, რომელიც უზრუნველყოფს სტიქიით დაზარალებულ ზონებში გზებზე გართულებული გადაადგილების გამო სს–თვის ოპტიმალური და სანდო მარშრუტების დაგეგმვას. პროგრამული უზრუნველყოფის ფუნქცია იქნება სატრანსპორტო საშუალებათა მართვის სახელმწიფო სამსახურებსა, ტვირთების გადაზიდვების კომპანიებსა, სადისტრიბუციო ქსელებსა თუ სხვა კონპანიებს შეუქმნას მხარდაჭერა საჭიროების შემთხვევაში სწრაფი რეაგირებისა და მნიშვნელოვან გეოგრაფიულ პუნქტებში ტვირთების გადაზიდვის ოპტიმალური მარშრუტების დაგეგმვაში.

## 6. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა საქართველოში

### 6.4. სტატიები ჟურნალის/კრებულის ISSN-ის მითითებით

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით (არსებობის შემთხვევაში); გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა; გვერდების რაოდენობა

1. ე. ნამგალაური, **ო. ფურთუხია**. On the stochastic integral representation of Brownian functionals. *Georgian Mathematical Journal*, Volume 30, Issue 3, pp. 417-424; <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2001> ,Tbilisi, Published by *De Gruyter* ; 8 გვერდი. <https://www.degruyter.com/document/doi/10.1515/gmj-2023-2001/html>
2. **ო. ფურთუხია**, ზ. ზერაკიძე. Consistent Estimators of Parameters of Statistical Structures. *Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute*, **177**, no 1, pp. 105-109 (2023); ISSN: 2346-8092; თბილისი, თსუ გამომცემლობა; 5 გვერდი. <https://rmi.tsu.ge/transactions/TRMI-volumes/177-1/177-1.htm>
3. **M. Mania** and **R. Tevzadze**, Martingale Transformations of Brownian Motion with Application to Functional Equations, *Stochastics, An International Journal of Probability and Stochastic Processes*, Vol. 95, Issue 3, 2023, pp. 377-395, [doi.org/10.1080/17442508.2022.2084341](https://doi.org/10.1080/17442508.2022.2084341)
4. B. Chikvinidze, **M. Mania** and R. Tevzadze, Functional equations for stochastic exponential, *Stochastics and Dynamics*, Vol. 23, No. 06, 2350041, (2023) DOI:10.1142/s0219493723500417
5. B. Chikvinidze, **M. Mania**, A Generalization of the von Bertalanffy growth Model using the BSDE Approach Materials of the conference: Application of random processes and mathematical statistics in financial economics and social sciences VIII, Georgian-American University, November 2023, pp. 30-41.
6. **T. Toronjadze**, Stochastic Volatility Model with Small Randomness. Construction of CULANbEstimators, Materials of the conference: Application of random processes and mathematical statistics in financial economics and social sciences VIII, Georgian-American University, November 2023, pp.42-52.

### *ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)*

1. ნაშრომში გამოკვლეულია ბროუნის ფუნქციონალების ერთი კლასის იტოს სტოქსტური ინტეგრალის სახით წარმოდგენადობისა ხით პოენის ახალი მეთოდი. მნიშვნელოვანია აღინიშნოს, რომ ფუნქციონალების განხილულ კლასში ასევე შედიან ისეთი ფუნქციონალები, რომლებიც არ არიან გლუვი მალიგენის აზრით და შესაბამისად მათ მიმართ გამოუყენებადია როგორც კარგად ცნობილი კლარკ-ოკონეს ფორმულა (1984), ისე მისი განზოგადება, ე. წ. ღლონტი-ფურთუხიას ფორმულა (2017).

2. ნაშრომში განხილულია სტატისტიკური სტრუქტურების პარამეტრების ძალდებული შემფასებლების და ჰიპოთეზების ტესტირების ძალდებული კრიტერიუმების არსებობის პრობლემატიკა. შესწავლილია როგორც თვლადი სტატისტიკურ სტრუქტურის, ისე კონტინუუმ სტატისტიკური სტრუქტურის შემთხვევები, რომლებიც უშვებენ როგორც ჰიპოთეზების ტესტირების ძალდებულ კრიტერიუმებს, ისე პარამეტრთა ძალდებულ შემფასებლებს. მოცემულია სტატისტიკური სტრუქტურების პარამეტრების ძალდებული



შემფასებლების არსებობისთვის აუცილებელი და საკმარისი პირობები და სტატისტიკური სტრუქტურების ჰიპოთეზის ტესტირების ძალადებული კრიტერიუმების არსებობისთვის აუცილებელი და საკმარისი პირობები.

3. აღწერილია ერთი ცვლადის ფუნქციათა კლასები რომელთათვისაც ბროუნის მოძრაობის ცენტრირებული და ნორმირებული გარდაქმნები წარმოადგენს მარტინგალს. ეს შედეგები გამოყენებულია დალამბერის და კვადრატული ფუნქციონალური განტოლებების ზოგადი ამონახსნების მარტინგალური დახასიათების მისაღებად.

4. განხილულია ფუნქციონალური განტოლების ორი ვერსია სტოქასტური ექსპონენტისთვის. ერთი სემიმარტინგალის და მისი კვადრატული მახასიატებლის ფუნქციისთვის და მეორე - არანტიისპატიური ფუნქციონალებისთვის. ამასთან, ამ განტოლებათა ზოგადი ამონახსნების მარტინგალური დახასიათებაა მოცემული.

5. ბერტალანფის ზრდის განზოგადებული მოდელი შემთხვევითი ექსტრემალური სიგრძით წარმოდგენილია შექცეული სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების ერთადერთი ამონახსნის სახით.

6. აგებულია CULAN (ძალადებული თანაბრად წრფივი ასიმპტოტურად ნორმალური) შეფასებები მცირე შემთხვევითობის მქონე სტოქასტური ვოლატილობის მოდელისათვის.

#### 6.4. სტატიები ჟურნალის/კრებულის ISSN-ის მითითებით

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით (არსებობის შემთხვევაში); გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა; გვერდების რაოდენობა

1. **ო. ფურთუხია, ზ. ზერაკიძე.** Consistent Hypothesis Testing Criteria in the Banach Space of Measures for Haar Statistical Structures. *Bulletin of TICMI*, vol. 27, No. 2, pp.51-57, (2023); ISSN 1512-0082; თბილისი, თსუ გამომცემლობა; 7 გვერდი. <https://www.emis.de/journals/TICMI/>
2. **ო. ფურთუხია, ვ. ჯაოშვილი, ვ. ჯოხაძე.** Nonlinear filtering problem and martingale representation. *Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics*. Volume 37, 2023, pp. 19-22; ISSN 1512-0058; თბილისი, თსუ გამომცემლობა; 4 გვერდი. [https://www.viam.science.tsu.ge/enl\\_ses/vol36/vol37.htm](https://www.viam.science.tsu.ge/enl_ses/vol36/vol37.htm)
3. **ო. ფურთუხია, ვ. ჯოხაძე, ე. ნამგალაური.** Martingale representation and the problem of nonlinear filtration, Proceeding of the Conference PCI 2023, 2nd volume; Baku, Publishing House of Institute of Cybernetics, National Academy of Sciences of Azerbaijan; 4 გვერდი.
4. **ო. ფურთუხია, ვ. ჯოხაძე.** AI Model Risk for Financial Institutions: Opportunities and Challenges. Proceeding of 13th International IEEE Conference Dependable Systems, Services and Technologies; ათენი, საბერძნეთი; 4 გვერდი. <https://easychair.org/conferences/?conf=dessert2023>

#### ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

1. შემთხვევითი პროცესების რეალური მოვლენების მოდელეზად გამოყენებისას ბუნებრივად ჩნდება პროცესის ალბათური მახასიათებლების განსაზღვრის საკითხი. ამ მახასიათებლების დასადგენად უნდა იქნას გამოყენებული სტატისტიკური მეთოდები. ნაშრომი ეძღვნება ჰაარის სტატისტიკური სტრუქტურისთვის ჰიპოთეზების ტესტირების ძალადებული კრიტერიუმების არსებობის საკითხს და მათი აღმოჩენის მეთოდს. სტატისტიკური კრიტერიუმის ქვეშ გვესმის ნებისმიერი ზომადი ასახვა შერჩევათა სიმრავლიდან ჰიპოთეზების სიმრავლეში. ნაშრომში განსაზღვრულია ჰაარის სტატისტიკური სტრუქტურები და დამტკიცებულია ჰიპოთეზების ტესტირების ძალადებული კრიტერიუმების არსებობისთვის აუცილებელი და საკმარისი პირობები ჰაარის სტატისტიკური სტრუქტურის ზომების ბანახის სივრცეში.

2. მარტინგალების სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენის საკითხი ძალიან მნიშვნელოვანია ფილტრაციის ამოცანებისთვის (გვანტერესებს სიგნალის  $\xi_t$  პროცესის შეფასება, რომლის უშუალო დაკვირვება შეუძლებელია, მაგრამ გვაქვს მასთან დაკავშირებული დაკვირვებადი  $\eta_t$  პროცესი.  $f(\xi_t)$  ფუნქციონალის საშუალო კვადრატული აზრით საუკეთესო შეფასება დაკვირვებების მიერ წარმოქმნილი  $\mathbb{F}_t^{\eta}$ -ალგებრის მიმართ მოიცემა პირობითი მათემატიკური ლოდინით  $E[f(\xi_t)|\mathbb{F}_t^{\eta}]$ ). ამიტომ ბუნებრივად ჩნდება კითხვა: შეიძლება თუ არა ნებისმიერი  $\mathbb{F}_t$ -მარტინგალი წარმოდგენილი იყოს სტოქასტური ინტეგრალის სახით? აღმოჩნდა, რომ ამ კითხვაზე დადებითი პასუხი გვაქვს როდესაც  $\mathbb{F}_t = \mathbb{F}_t^{\eta}$  (კლარკი, 1970), მაგრამ ზოგადად ეს ასე არ არის. მეორეს მხრივ, თანამედროვე ფინანსური მათემატიკის სჭიროებების გათვალისწინებით, არ არის საკმარისი ინტეგრალური წარმოდგენის მხოლოდ არსებობის ცოდნა, საჭიროა შეგვეძლოს ინტეგრანდის ცხადი სახით პოვნა. აქ განიხილება ფუნქციონალები, რომელთა ფილტრი (პირობითი მათემატიკური ლოდინი) არ არის სტოქასტურად გლუვი და შემოთავაზებულია ინტეგრანდის პოვნის მეთოდი.

3. განიხილება ბროუნის მოძრაობის ისეთი ფუნქციონალები, რომელთა პირობითი მათემატიკური ლოდინი ბროუნის მოძრაობის ბუნებრივ ფილტრაციასთან მიმართებაში (ე.წ. ფილტრი) არ არის სტოქასტურად გლუვი და შეისწავლება მათი იტოს სტოქასტური ინტეგრალის სახით წარმოდგენადობის საკითხები ინტეგრანდის ცხადი სახით დადგენის თვალსაზრისით. ეს საკითხი უშუალოდაა დაკავშირებული როგორც ნაწილობრივ დაკვირვებადი შემთხვევით პროცესების ოპტიმალური ფილტრაციის პრობლემატიკასთან, ასევე თანამედროვე სტოქასტური ფინანსური მათემატიკის აქტუალურ პრობლემებთან. ფუნქციონალების განხილულ კლასში შედიან ისეთი ფუნქციონალებიც, რომლებიც არ არიან გლუვი მალივენის აზრით, და შესაბამისად, მათ მიმართ გამოუყენებადია არა მარტო კარგად ცნობილი კლარკ-ოკონეს ფორმულა (1984), არამედ მისი შემდგომი ლლონტი-ფურთუხიას განზოგადებული წარმოდგენის ფორმულა (2017).

4. მანქანური სწავლების და ხელოვნური ინტელექტის (AI) მოდელების სწრაფი წინსვლის ფონზე, ფინანსური ინსტიტუტები თანდათანობით აერთიანებენ ინოვაციებს ისეთ დარგებში, როგორცაა პორტფელის ოპტიმიზაცია, რომოტიზებული კონსულტაციები და ვაჭრობა. მონაცემთა აღქმა/გაგებაში ჩვეულებრივი სტატისტიკური მეთოდოლოგიების ნიველირებით, ეს მოდელები გვთავაზობენ განსხვავებულ შესაძლებლობებს, რომლებიც გადაჯაჭვულია თანდაყოლილ სირთულეებთან. თუმცა, ამ რთული მოდელების მართვა შესაძლებელია გამოწვევებს წარმოადგენს. მონაცემთა სათანადო მენეჯმენტის ნაკლებობა, რთული მათემატიკური მოდელები, მაღალკვალიფიციური პროფესიონალის დეფიციტი და არასაკმარისი მოდელის ვალიდაციის მექანიზმები არის ყველაზე მნიშვნელოვანი გამოწვევები, რომელთა წინაშეც დგება ბევრი ფინანსური ინსტიტუტი. დამოუკიდებელი მოდელის რისკების მართვის ერთეულის არსებობა მოითხოვს ისტორიული მონაცემების სისტემატურ ტესტირებას, სცენარის ანალიზისა და კაპიტალის რაოდენობრივ განსაზღვრას. ეს ნაშრომი ხაზს უსვამს ამ გამოწვევებს და იძლევა რეკომენდაციებს ფინანსური ინსტიტუტებისთვის, რათა სწრაფად გარდაქმნან თავიანთი AI მოდელები.

## 7. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა უცხოეთში

### 7.1. მონოგრაფიები/წიგნები

ავტორი/ავტორები; მონოგრაფიის/წიგნის სათაური, საერთაშორისო სტანდარტული კოდი ISBN; გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა; გვერდების რაოდენობა

1. რ. მნაცაკანოვი, **ო. ფურთუხია**. Approximations for Estimating Some Options Using the Inverse of the Laplace Transform. Modern Optimization Methods for Decision Making Under Risk and Uncertainty (Edited by Alexei A. Gaivoronski, Pavlo S. Knopov, Volodymyr A. Zaslavskiy), ISBN 9781032196411, DOI: 10.1201/9781003260196, CRC Press (Taylor & Francis Group, LLC), (2023), chapter VII, pp. 132-153, <https://www.routledge.com/Modern-Optimization-Methods-for-Decision-Making-Under-Risk-and-Uncertainty/Gaivoronski-S-Knopov-A-Zaslavskiy/p/book/9781032196411>, 22 გვერდი.
2. **ო. ფურთუხია**. ზ. ზერაკიძე. Constructive Integral Representation of Non-smooth Brownian Functional. Proceedings of the 21th International Conference “Information Technologies and Mathematical Modeling” (ITMM-2022) named after A. F. Terpugov. ISBN 978-5-907572-98-0. Tomsk, Tomsk State University Publishing (2023), pp. 337-342, 6 გვერდი.

### *ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)*

1. მუდმივი კოეფიციენტების შემთხვევაში ბლევის, შოულზის და მერტონის კარგად ცნობილი ფორმულა (1973) იძლევა ზუსტი ფასდადების ფორმულას უმარტივესი მოდელისთვის. თუმცა, ეს მეთოდი არ გამოიყენება ზოგად შემთხვევაში დროზე და სივრცეზე დამოკიდებული კოეფიციენტების შემთხვევაში. ამიტომ, არასტანდარტული ოფციონების შესაფასებლად საჭიროა რიცხვითი მეთოდები. ნაშრომში შემოთავაზებულია რამდენიმე მიახლოებითი მეთოდი ზოგიერთი ოფციონის ფასების შესაფასებლად ლაპლასის შებრუნებული გარდაქმნის სკალირებული ვერსიის საფუძველზე, რომელიც შემოგვთავაზებს მნაცაკანოვმა და სარქისიანმა (2013). შემოთავაზებული მეთოდი ასევე გამოიყენება ბლექ-შოულზის მოდელში ოფციონის ფასების შესაფასებლად. ძირითადი სირთულე, რომელიც წარმოიქმნება არაგლუვი გადასახადის ფუნქციით ოფციონის ფასდადების პრობლემატიკაში, არის შესაბამისი პირობითი მათემატიკური მოლოდინის გამოთვლა. იმ შემთხვევაში, როდესაც გადასახადის ფუნქცია არ არის სტოქასტურად (მალივენის აზრით) გლუვი, მაგრამ მისი პირობითი მათემატიკური ლოდინი გლუვია, ლლონტმა და ფურთუხიამ (2017) მიიღეს განზოგადებული კლარკ-ოკონის ფორმულა (1984). ამ განზოგადების საშუალები ჩვენ ზუსტად ვხსნით აზიურის ტიპის ოფციონების ფასების ამოცანას ბაშელიეს მოდელში, რაც შეუძლებელია ბლექ-შოულზის მოდელში.

2. კლარკ-ოკონეს კარგად ცნობილი ფორმულა (1984) იძლევა კონსტრუქციული სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენის აგების საშუალებას მალივენის აზრით გლუვი ბროუნის ფუნქციონალებისთვის. არაგლუვი ფუნქციონალების შემთხვევაში, თუ ფუნქციონალის პირობითი მათემატიკური ლოდინი ბროუნის მოძრაობის ბუნებრივ ფილტრაციასთან მიმართებაში გლუვია, შეიძლება ვისარგებლოთ კლარკ-ოკონეს ფორმულის ლოდინი-ფურტუხიას განზოგადებით (2017). ნაშრომში განხილულია ფუნქციონალი, რომელიც საინტერესოა თანამედროვე სტოქასტური ფინანსური მათემატიკის თვალსაზრისით, მაგრამ მისთვის ზემოაღნიშნული შედეგების გამოყენება შეუძლებელია, რადგანაც ამ შემთხვევაში პირობითი მათემატიკური ლოდინიც კი არ არის გლუვი. მიუხედავად ამისა, გამოყვანილია კონსტრუქციულ სტოქასტური ინტეგრალურ წარმოდგენა ინტეგრანდის ცხადი სახით.

## 8. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა

### 8.1. საქართველოში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. **ო. ფურტუხია**, ვ. ჯოხაძე. „მარტინგალური წარმოდგენის თეორემა არაგლუვი ბროუნის ფუნქციონალთა ერთი კლასისთვის“; თსუ ანდრია რაჭმადის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიძღვნილი აკადემიკოს ვიქტორ კუპრადის 120 წლისთავისადმი 14-17 თებერვალი, 2023 წელი, თბილისი, ანდრია რაჭმადის ინსტიტუტი.
2. **ო. ფურტუხია**, ვ. ჯოხაძე, ვ. ჯოხაძე. „Nonlinear filtering problem and martingale representation“. ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის XXXVII საერთაშორისო გაფართოებული სხდომები, 2023 წლის 19-22 აპრილი, თბილისი, ვკი.  
<http://www.viam.science.tsu.ge/enlarged/2023/>
3. **ო. ფურტუხია**, ე. ნამგალაური, ვ. ჯოხაძე. „On martingale representations of non-smooth Brownian functionals“; საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIII საერთაშორისო კონფერენცია, 2023 წლის 4 - 9 სექტემბერი, ბათუმი, ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი. <http://gmu.gtu.ge/Batumi2023/proge.html>
4. **ო. ფურტუხია**, თ. თადუმაძე. „Mathematics at Ivane Javakhishvili Tbilisi State University“; ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის დაარსებიდან 105 და ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის დაარსებიდან 55 წლისთავისადმი მიძღვნილი მეოთხე საერთაშორისო კონფერენცია: „გამოყენებითი მათემატიკის თანამედროვე პრობლემები“, 2023 წლის 13 სექტემბერი, თბილისი, თსუ. <http://www.viam.science.tsu.ge/mpam2023/>
5. **ო. ფურტუხია**, ვ. ჯოხაძე. „Innovative approaches to measure financial risk“; შემთხვევითი პროცესებისა და მათემატიკური სტატისტიკის გამოყენებანი ფინანსურ ეკონომიკასა და სოციალურ მეცნიერებებში VIII, თბილისის მეცნიერებებისა და ინოვაციების 2023 წლის ფესტივალი, 2023 წლის 15, 16 ნოემბერი, თბილისი, ქართულ-ამერიკული უნივერსიტეტი. <https://www.gau.edu.ge/ka/research/business-research/center>

### 8. 2. უცხოეთში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. **ო. ფურტუხია**. “Martingale approach to the problem of nonlinear filtering”. The International Seminar of the project CPEA-LT-2016/10003 “Advanced Collaborative Program for Research Based Education on Risk Management in Industry and Services under Global Economic, Technological and Environmental Changes: Enhanced Edition”, April 30 - May 8, 2023, Chisinau, Moldova State University.
2. **ო. ფურტუხია**, ვ. ჯოხაძე, ვ. ჯოხაძე. „Martingale representation and the problem of nonlinear filtering“. 5th International Conference on Problems of Cybernetics and Informatics (PCI 2023), August 28-30, 2023, Baku, Azerbaijan. <https://pci.cyber.az>
3. **ო. ფურტუხია**, ვ. ჯოხაძე. “Martingale representation of Brownian functionals”. The joint international Uzbek-Ukrainian Conference “Modern problems of the theory of stochastic processes and their applications”, October 10-11, 2023 (online), <https://www.imath.kiev.ua/deppage/stochastic/conf2023>.
4. **ო. ფურტუხია**, ვ. ჯოხაძე. “AI Model Risk in Financial Risk Management Opportunities and Challenges” 13<sup>th</sup> International IEEE Conference Dependable Systems, Services and Technologies DESSERT’2023, Greece, Athens, October 13-15, 2023. <https://www.dessert-conf.org/dessert-2023/for-authors/>

## 2023 წელს გამოქვეყნებული ნაშრომები

1. **O. Purtukhia** and Z. Zerakidze, Consistent Hypothesis Testing Criteria in the Banach Space of Measures for Haar Statistical Structures. *Bulletin of TICMI*, vol. 27, No. 2, pp.51-57, (2023); ISSN 1512-0082; თბილისი, თსუ გამომცემლობა; 7 გვერდი. <https://www.emis.de/journals/TICMI/>
2. **ო. ფურთუხია**, ვ. ჯაოშვილი, ვ. ჯობაძე. Nonlinear filtering problem and martingale representation. *Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics*. Volume 37, 2023, pp. 19-22; ISSN 1512-0058; თბილისი, თსუ გამომცემლობა; 4 გვერდი. [https://www.viam.science.tsu.ge/enl\\_ses/vol36/vol37.htm](https://www.viam.science.tsu.ge/enl_ses/vol36/vol37.htm)
3. **ო. ფურთუხია**, ვ. ჯობაძე, ე. ნამგალაური. Martingale representation and the problem of nonlinear filtration, Proceeding of the Conference PCI 2023, 2nd volume; Baku, Publishing House of Institute of Cybernetics, National Academy of Sciences of Azerbaijan; 4 გვერდი.
4. **ო. ფურთუხია**, ვ. ჯობაძე. AI Model Risk for Financial Institutions: Opportunities and Challenges. Proceeding of 13th International IEEE Conference Dependable Systems, Services and Technologies; ათენი, საბერძნეთი; 4 გვერდი. <https://easychair.org/conferences/?conf=dessert2023>
5. \*E. Namgalauri and **O. Purtukhia**, On the stochastic integral representation of Brownian functionals. *Georgian Mathematical Journal*, Volume 30, Issue 3, pp. 417-424; <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2001> ,Tbilisi, Published by *De Gruyter* ; 8 გვერდი. <https://www.degruyter.com/document/doi/10.1515/gmj-2023-2001/html>
6. \***ო. ფურთუხია**, ზ. ზერაკიძე. Consistent Estimators of Parameters of Statistical Structures. *Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute*, **177**, no 1, pp. 105-109 (2023); ISSN: 2346-8092; თბილისი, თსუ გამომცემლობა; 5 გვერდი. <https://rmi.tsu.ge/transactions/TRMI-volumes/177-1/177-1.htm>
7. რ. მნაცავანოვი, **ო. ფურთუხია**. Approximations for Estimating Some Options Using the Inverse of the Laplace Transform. *Modern Optimization Methods for Decision Making Under Risk and Uncertainty* (Edited By [Alexei A. Gaivoronski](#), [Pavlo S. Knopov](#), [Volodymyr A. Zaslavskiy](#)), ISBN 9781032196411, DOI: 10.1201/9781003260196, CRC Press (Taylor & Francis Group, LLC), (2023), chapter VII, pp. 132-153, <https://www.routledge.com/Modern-Optimization-Methods-for-Decision-Making-Under-Risk-and-Uncertainty/Gaivoronski-S-Knopov-A-Zaslavskiy/p/book/9781032196411>, 22 გვერდი.
8. **O. Purtukhia** and Z. Zerakidze, Constructive Integral Representation of Non-smooth Brownian Functional. Proceedings of the 21th International Conference “Information Technologies and Mathematical Modeling” (ITMM-2022) named after A. F. Terpugov. ISBN 978-5-907572-98-0. Tomsk, Tomsk State University Publishing (2023), pp. 337-342, 6 გვერდი.
9. \***M. Mania** and **R. Tevzadze**, Martingale Transformations of Brownian Motion with Application to Functional Equations, *Stochastics, An International Journal of Probability and Stochastic Processes*, Vol. 95, Issue 3, 2023, pp. 377-395, [doi.org/10.1080/17442508.2022.2084341](https://doi.org/10.1080/17442508.2022.2084341) (ეს ნაშრომი შარშანდელ ანგარიშშია მითითებული როგორც ონლაინ გამოქვეყნებული)
10. \*B. Chikvinidze, **M. Mania** and R. Tevzadze, Functional equations for stochastic exponential, *Stochastics and Dynamics*, Vol. 23, No. 06, 2350041, (2023) DOI:10.1142/s0219493723500417
11. B. Chikvinidze, **M. Mania**, A Generalization of the von Bertalanffy growth Model using the BSDE Approach. Materials of the conference: Application of random processes and mathematical statistics in financial economics and social sciences VIII, Georgian-American University, November 2023, pp. 30-41.
12. **T. Toronjadze**, Stochastic Volatility Model with Small Randomness. Construction of CULANbEstimators, Materials of the conference: Application of random processes and mathematical statistics in financial economics and social sciences VIII, Georgian-American University, November 2023, pp. 42-52.

## 2023 წელს გამოსაქვეყნებლად მიღებული ნაშრომები

1. ჟურნალში: *Journal of Mathematical Sciences* (ავტორები: **ო. ფურთუხია**, ვ. ბერიკაშვილი, ე. ნამგალაური, ვ. ჯობაძე): “On martingale representations of non-smooth Brownian functionals”.

## 2023 წელს გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები

1. ჟურნალში: *Ukrainian Mathematical Journal* (ავტორები: **ო. ფურთუხია**, ზ. ზერაკიძე): „Consistent criteria Extreme points and consistent criteria for hypothesis testing: Extreme points and consistent criteria“.



## თეორიული ფიზიკის განყოფილება

მერაბ ელიაშვილი (განყოფილების ხელმძღვანელი, მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), ალექსანდრე კვინიხიძე (უვადო მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), გიორგი ლავრელაშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), ვახტანგ გარსევანიშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), გიორგი ჯორჯაძე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), ბადრი მალრაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), ავთანდილ შურღაია (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), გიორგი ციციშვილი (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), არსენ ხვედელიძე (მეცნიერი თანამშრომელი).

1. სახელმწიფო ბიუჯეტის პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების ჩამონათვალი:

1) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. თანამედროვე კვანტური ველის თეორიის მათემატიკური მეთოდების განვითარება და გამოყენება ყალიბურ თეორიებში, გრავიტაციასა და დაბალ განზომილებიან სისტემებში; მეცნიერების დარგი: ფიზიკა; სამეცნიერო მიმართულება: თეორიული ფიზიკა; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები: 2019-2023

2) პროექტის შესრულებაში მონაწილე პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. მ. ელიაშვილი (პროექტის საერთო ხელმძღვანელი), ა. კვინიხიძე (მკვლევარი), გ. ლავრელაშვილი (მკვლევარი), გ. ჯორჯაძე (მკვლევარი), ვ. გარსევანიშვილი (მკვლევარი), ა. შურღაია (მკვლევარი), ბ. მალრაძე (მკვლევარი), გ. ციციშვილი (მკვლევარი) ა. ხვედელიძე (მკვლევარი)

2. პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების შესრულების შედეგები

2.1.

1) გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. თანამედროვე კვანტური ველის თეორიის მათემატიკური მეთოდების განვითარება და გამოყენება ყალიბურ თეორიებში, გრავიტაციასა და დაბალ განზომილებიან სისტემებში; მეცნიერების დარგი: ფიზიკა; სამეცნიერო მიმართულება: თეორიული ფიზიკა; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები: 2019-2023

1) ძლიერად ურთიერთქმედი ნაწილაკების კვანტური ველების თეორიის საკითხები (ა. კვინიხიძე, ბ. მალრაძე, ვ. გარსევანიშვილი);

2) კლასიკური ამონახსნების ასპექტები კვანტურ გრავიტაციაში (გ. ლავრელაშვილი);

3) ოთხფერმიონულ ურთიერთქმედებათა ალგებრული სტრუქტურა ლანდაუს უმდაბლეს დონეში (მ. ელიაშვილი; გ. ციციშვილი);

4) ინტეგრებადი მოდელები ველის თეორიის დაბალგანზომილებიან მოდელებში (გ. ჯორჯაძე);

5) კოლექტიური კოორდინატების მეთოდის გამოყენება ველის თეორიის არაპერტურბატიული ამოხსნების კვლევაში (ა. შურღაია);

6) კვანტური სისტემის კომპოზიტური ბუნების შესწავლის ამოცანები (ა. ხვედელიძე)

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. მ. ელიაშვილი (პროექტის საერთო ხელმძღვანელი), ა. კვინიხიძე (მკვლევარი), გ. ლავრელაშვილი (მკვლევარი), გ. ჯორჯაძე (მკვლევარი), ვ. გარსევანიშვილი (მკვლევარი), ა. შურღაია (მკვლევარი), ბ. მალრაძე (მკვლევარი), გ. ციციშვილი (მკვლევარი) ა. ხვედელიძე (მკვლევარი)

*გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)*

1) ძლიერად ურთიერთქმედი ელემენტარული ნაწილაკების კვანტური ველების თეორიის საკითხები (ა. კვინიხიძე, ბ. მალრაძე, ვ. გარსევანიშვილი)

1.1. გამოყვანილია სამი კვარკის ბმული მდგომარეობის ამღწერი განტოლებები კვარკის და დიკვარკის ველების საშუალებით. ეს განტოლებები აერთიანებენ ორ ცნობილ მიდგომას, რომელშიც ბარიონები განიხილება როგორც კვარკის და დიკვარკის ბმული მდგომარეობა. ნაჩვენებია, რომ ეს ორი მიდგომა შეესაბამება ჩვენ განტოლებას ორ განსხვავებულ მიახლოებაში.

1.2. მიღებულია ერთიანი განტოლება რომელიც აღწერს ეგზოტიკურ ოთხი კვარკისგან შემდგარ ნაწილაკებს (ტეტრაკვარკებს) რომელიც შედგენილია რაღაც ალბათობებით ორი მეზონის, დიკვარკ-ანტიდიკვარკის ან ორი თავისუფალი და დანარჩენი ორი კვარკის ბმული მდგომარეობისგან. ეს მიღებულია ფადეევის მზგავსი ჩვენს მიერ მიღებული ოთხნაწილაკოვანი განტოლებების გამოყენებით. ჩვენს მიერ პირველად იყო გათვალისწინებული ზემოთ ხსენებული სამ-ნაწილაკოვანი წვნილი. შედეგად პრობლემის ჩვენი ფორმულირება აერთიანებს ორ ცნობილ ლიტერატურაში განსხვავებულად აღთქმულ ტეტრაკვარკის ამღწერი მიდგომას.

1.3. განვითარებულია დისპერსიული (ანალიზური) მიდგომა კვანტურ ქრომოდინამიკაში [1,2]. ამ მიდგომაში პერტურბაციული გაშლის პარამეტრი, მორბენალი ბმის მუდმივა  $\alpha_s(Q^2)$  შემფოთების თეორიის ნებისმიერ

რიგში სისტემატიურად მოდიფიცირდება ანალიზური გამოსახულებით რომელიც არ შეიცავს ლანდაუს არაფიზიკურ სინგულარობებს და სასრული სიდიდეა მთელ იმპულსურ ინტერვალზე  $0 < Q^2 < \infty$ . შესაძლებელი ხდება მოდიფიცირებული შემფოთების თეორიის გამოყენება დაბალი ენერგიების არეში. პერტურბაციული მიდგომის გაფართოება შესაძლებელია არაპერტურბაციული დისპერსიული ფენომენოლოგიური მოდელების დამუშავებით სხვადასხვა პროცესებით განსაზღვრული ეფექტური მუხტებისათვის რომლებიც ერთი მხრივ არაპერტურბაციულად არიან განსაზღვრული და მეორე მხრივ ისინი შეიძლება ავირჩიოთ როგორც სპეციალური (ფიზიკური) სქემების ბმის ფუნქციებად. მათში კოდირებულია თეორიის არაპერტურბაციული დინამიკა. ეფექტური მუხტები აკმაყოფილებენ ჩელენ-ლემანის წარმოდგენას

$$\alpha(Q^2) = \int_0^{\infty} \frac{g(s)ds}{s+x}, \quad x = \frac{Q^2}{A^2} \quad \text{სადაც} \quad \rho(s) = \pi^{-1} \text{Im}\{\alpha(-s-i0)\} \quad (1)$$

$\Lambda$  ინვარიანტული სკალის პარამეტრია რომელსაც ჩვენ ვირჩევთ მოთხოვნით:  $\Lambda = A_{Lan}$  სადაც  $A_{Lan}$  აღნიშნავს

პერტურბაციული ბმის ფუნქციის ლანდაუს სინგულარობის შესაბამის სკალას.

ჩვენ განვიხილეთ ორი დისპერსიული მოდელი კვარკ-ანტიკვარკის სტატიკური  $V(Q^2)$  პოტენციალით განსაზღვრული ეფექტური მუხტისათვის

$$V(Q^2) = -4\pi c_\sigma \frac{\alpha_V(Q^2)}{Q^2} \quad (2)$$

ეფექტური  $\alpha_V(Q^2)$  მუხტი აკმაყოფილებს ჩელენ-ლემანის (1) წარმოდგენას. დამუშავებული იქნა ორი სხვადასხვა დისპერსიული მოდელი რომელიც ერთი მხრივ აღწერს ამ სიდიდის ცნობილ პერტურბაციულ ყოფაქცევას დიდ ენერგიებზე ნებისმიერ სასრულ რიგში და მეორე მხრივ კვარკის კონფაინმენტს დიდ მანძილებზე. პირველ ადიტიურ მოდელში ჩელენ-ლემანის წარმოდგენის სპექტრალური ფუნქცია წარმოდგენილი იქნა როგორც ორი კომპონენტის ჯამი

$$\rho_V(s) = \theta(s_0 - s)\rho_{IR}(s) + \theta(s - s_0)\rho_{UV}(s) \quad (3)$$

სადაც  $s_0$  სპექტრალური ცვლადის გამყოფი მნიშვნელობაა. სპექტრალური ფუნქციის ულტრაიისფერი კომპონენტი გამოითვლება (1) ფორმულით პერტურბაციულ მიახლოებაში. ინფრაწითელი არაპერტურ-ბაციული კომპონენტისთვის ჩვენ ვირჩევთ მოდელს რომელიც აღწერს დიდ მანძილებზე წრფივად ზრდად პოტენციალს  $V(r) \approx cr$ ,  $c$  სიმის დაჭიმულობის პარამეტრია, მისი რიცხვითი მნიშვნელობა ცნობილია ადრონების სპექტროსკოპიის მონაცემებიდან  $c=0.18 \text{ GeV}^2$ . შესაბამისი სპექტრალური ფუნქცია არის  $\rho_{IR}(s) = c_\sigma \delta(s)$  სადაც უგანზომილებო კოეფიციენტი  $c_\sigma$  გამოისახება ფარდობით  $\frac{c}{A_{Lan}^2}$ . ფორმულა (3)-ის გათვალისწინებით ეფექტური მუხტისთვის ნებისმიერ რიგში გვაქვს ადიტიური წარმოდგენა:

$$\alpha_V(Q^2) = \alpha_{V,IR}(Q^2) + \alpha_{V,UV}(Q^2) \quad (4)$$

პირველი ინფრაწითელი კომპონენტი დომინირებს დიდ მანძილებზე და განსაზღვრავს თეორიის კონფაინმენტურ თვისებებს. მეორე კომპონენტი დომინირებს დიდ ენერგიებზე და ადადგენს რენორმჯგუფით გაუმჯობესებული შემფოთების თეორიის შედეგს. რომ არ დაირღვეს ვილსონის ოპერატორული გაშლა აუცილებელია დამატებითი შეზღუდვების მოთხოვნა მოდელური ბმის ფუნქციის ყოფაქცევაზე ულტრაიისფერ ასიმპტოტიკაში. ჩვენ მოვითხოვეთ დიდ ენერგიებზე პირველი ორი ხარისხოვნად დაცემადი წევრის შეკვეცის პირობა ნებისმიერ რიგში. ეს პირობა იძლევა განტოლებებს რომლებიც აკავშირებენ პარამეტრებს  $\sigma$  და  $A_{Lan}$ .

ეფექტური მუხტის პერტურბაციული (ულტრაიისფერი) ნაწილი გამოთვლილი იქნა გადანორმირების  $MS$  სქემაში (შესაბამისი პერტურბაციული კოეფიციენტები ცნობილია 3-მარყუჟიან მიახლოებაში). მოდელი შესწავლილი იქნა თანმიმდევრულად 1, 2 და 3 მარყუჟიანი პერტურბაციული შესწორებების გათვალისწინებით.



2 და 3 მარყუჟიან მიახლოებებში გამოყენებული იქნა რენორმალიზაციური ჯუფის განტოლების ზუსტი ამონახსნები ბმის ფუნქციისათვის. მიღებული მე-2 რიგში ჩვენს მიერ [1-2]. 3-მარყუჟიან მიახლოებაში რენორმალური განტოლება, პადე აჯამული ბეტა ფუნქციით, ასევე ზუსტად იხსნება. გამოთვლილი იქნა ინვარიანტული სკალის პარამეტრის რიცხვითი მნიშვნელობები  $k=1, 2, 3$  მარყუჟიან მიახლოებებში ჩვენი მივიღეთ შემდეგი შეფასება

$$A_{\overline{MS}}^k = 0.364 GeV, 0.408 GeV, 0.287 GeV,$$

ამ რიცხვებს შეესაბამისება სტანდარტული პერტურბაციული  $\overline{MS}$  სქემის ბმის ფუნქციის მნიშვნელობები ტაუ-ლეპტონის მასურ სკალაზე

$$\alpha_s^{(1)}(M_\tau) = 0.440, \alpha_s^{(2)}(M_\tau) = 0.331, \alpha_s^{(3)}(M_\tau) = 0.287$$

მე-3 რიგის შედეგი უნდა შედარდეს ტაუ ლეპტონის დაშლების OPAL-კოლაბორაციის მონაცემების პერტურბაციული ანალიზით მიღებულ შედეგს  $\alpha_s^{(4-OPAL)}(M_\tau) = 0.307 \pm 0.019$ . ჩვენი შედეგის ცოთმილების გათვალისწინებით ეს შედეგები თავსებადია. ინფრაწითელი არის საზღვრის პარამეტრისათვის მივიღეთ პერტურბაციული შესწორებების მიმართ სტაბილური შედეგი

$$\mu_B^{(1)} = 0.778, GeV, \mu_B^{(2)} = 0.854, GeV, \mu_B^{(3)} = 0.890, GeV,$$

ეს შეფასება თავსებადია ამ პარამეტრის სხვა მეთოდებით მიღებულ შეფასებებთან. მე-2 დისპერსიული (კონფაინმენტური) მოდელი  $V$  სქემის ბმის ფუნქციისათვის (ეფექტური მუხტისათვის) ჩვენ ავაგეთ პერტურბაციული რენორმ-ჯგუფის განტოლების ზუსტი ამონახსნების მოდიფიცირებით. მე-2 რიგში ამონახსნი გამოსახება ლამბერტის  $W$ -ფუნქციით [1], [2], [3]

$$\alpha(Q^2) = \frac{\beta_0}{\beta_1} \frac{1}{1+W_{-1}(\zeta)} \text{ სადა } \zeta = -\frac{1}{\epsilon b_1} \left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)^{-1/b_1}, b_1 = \frac{\beta_1}{\beta_0^2}$$

კოეფიციენტები  $\beta_{1,2}$  დამოუკიდებელია სქემაზე (ინვარიანტული სკალის პარამეტრი სქემაზე დამოკიდებული და შეესაბამისება  $V$ -სქემას). ამ ამონახსნს აქვს ლანდაუს არაფიზიკური სინგულარობა დადებით  $Q^2$  ღერძზე. შესაბამისი ანალიზური ფუნქცია (რომელიც აკმაყოფილებს ჩელენ-ლემანის წარმოდგენას) მიიღება  $Q^2$  ცვლადის წანაცვლებით და არაფიზიკური სინგულარობის სათავეში გადატანით. მე-2 რიგის ბმის შესაბამისი სტატიკური პოტენციალი დიდ მანძილებზე ლოგარითმულად ზრდადი ფუნქციაა და აღწერს კვარკის კონფაინმენტს  $V(r) \approx \bar{C} \text{Log}(\mu r)$ ,  $r \rightarrow \alpha$ , სადაც ურთიერთმოქმედების პარამეტრი  $\bar{C}$  პროპორციულია სკალის  $A_V$  პარამეტრის და უგანზომილებო ფაქტორის რომელიც დამოკიდებულია ბეტა ფუნქციის  $\beta_{1,2}$  კოეფიციენტებზე. 2-მარყუჟიან შემთხვევაში ინვარიანტული სკალის პარამეტრის მნიშვნელობა  $A_{\overline{MS}} = 0.327 GeV$  გვაძლევს ურთიერთმოქმედების პარამეტრისათვის შეფასებას  $\bar{C} = 0.5 GeV$  მე-3 რიგის მიახლოებაში გამოვიყენეთ შესაბამისი პადე აჯამული ბეტა ფუნქცია. ამ შემთხვევაშიც ზუსტი ამონახსნი ბმის მუდმივასთვის გამოსახება იგივე ლამბერტის  $W$ -ფუნქციით. ამ ამონახსნის დისპერსიულად გაუმჯობესებული ვერსია ისევ ლოგარითმულად ზრდადი პოტენციალს შეესაბამისება.

2) კლასიკური ამონახსნების ასპექტები კვანტურ გრავიტაციაში (გ.ლაგრელაშვილი)

**2.1.** როგორც რამდენიმე ხნის წინ გიდინგსმა და სტრომინგერმა (GS) დადგინეს, აქსიონს შეუძლია ვორმჰოლის გეომეტრიის მხარდაჭერა უმასო დილატონის თანდასწრებით, სანამ დილატონის ბმა რჩება კრიტიკულ მნიშვნელობაზე ქვემოთ. ჩვენ აღმოვაჩინეთ, რომ როდესაც დილატონი ხდება მასიური, ამონახსნების სიმრავლე საგრძნობლად იზრდება: არა მხოლოდ ამონახსნები არსებობს ბმის კრიტიკულ მნიშვნელობაზე მაღლა, არამედ ჩნდება ამონახსნების ახალი შტოები გეომეტრიაში რამდენიმე მინიმუმით. ყველა ეს განზოგადებული GS-ის მსგავსი ამონახსნები ფლობს შემდეგ თვისებას: ისინი იწვევენ ჩვილობრივი სამყაროების დაბადებას, რომლებიც მინკოვსკის სივცეში ანალიზური გაგრძელებების მერე იკუმშებიან. ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ გარდა ამისა, არსებობს ამონახსნების ოჯახები, რომლებიც, იწვევენ ჩვილობრივი სამყაროების დაბადებას, რომლებიც მინკოვსკის სივცეში ანალიზური გაგრძელებების მერე ფართოვდებიან. აქსიონ-დილატონის ვორმჰოლების ოჯახების საინტერესო თვისება ის არის, რომ მათი ევკლიდური ქმედება ხშირად მცირდება, როდესაც ამონახსნები იძენენ დამატებით ოსცილაციებს ველეებში. როდესაც ჩვენ ვცვლით დილატონს ჩვეულებრივი სკალარული ველით სიმეტრიული პოტენციალით, აღმოვაჩინეთ ვორმჰოლების ანალოგიურ ოჯახებს, რომლებიც აჩენენ გაფართოებდ ჩვილობრივ სამყაროებს. ამჯერად ევკლიდეს ქმედებას აქვს მოსალოდნელი ქცევა, რომელიც იზრდება ველეებში ოსცილაციების რაოდენობასთან ერთად, თუმცა ის ასევე შეიცავს დამაბნეველ ასპექტს იმით, რომ ზოგიერთ ამონახსნს აქვს უარყოფითი ქმედება.

3) ოთხფერმიონულ ურთიერთქმედებათა ალგებრული სტრუქტურა ლანდაუს უმდაბლეს დონეში (მ. ელიაშვილი; გ. ციციშვილი)

**3.1.** განხილულია ორგანოზომილებიანი ელექტრონის ამოცანა მართობ მაგნიტურ ველში, რაც იძლევა ლანდაუს დაკვანტვის სურათს და გულისხმობს ეკვიდისტანტურ ენერგეტიკულ სპექტრს (ლანდაუს დონეებს). თითოეული დონე არის მრავალჯერადად გადაგვარებული და გადაგვარება აღიწერება მაგნიტური ველის ვექტორ-პოტენციალის სიმეტრიების შესაბამისი კვანტური რიცხვით. ჩვენს შემთხვევაში გამოყენებულია წრიული სიმეტრია ასე რომ დონეთა გადაგვარება აღიწერება კუთხური მომენტის მნიშვნელობებით.

ამოცანა ორიენტირებულია ჰოლის წილადმნიშვნელოვანი სისტემების აღსაწერად, რაც გულისხმობს ლანდაუს უმდაბლესი დონის ნაწილობრივ შევსება. გარდა ამისა, ჰოლის სიტემებისათვის დამახასიათებელი ძლიერი მაგნიტური ველების გამო ლანდაუს დონეებს შორის არსებული ენერგეტიკული ღრეჭო მნიშვნელოვანად აჭარბებს სხვა ენერგეტიკულ მასშტაბებს – ზეემანისა და კულონური ურთიერთქმედებების ენერგიებს. ამის გამო სისტემის დინამიკა ვითარდება ლანდაუს უმდაბლესი დონის ფარგლებში.

ზემოთქმულიდან გამომდინარე ვაგებთ ველის თეორიის (მეორადად დაკვანტულ) სურათს ლანდაუს უმდაბლეს დონეზე ელექტრონებს შორის ოთხფერმიონული (სიმკვრივე-სიმკვრივე) ურთიერთქმედებების გათვალისწინებით. ცნობილია, რომ ამ შემთხვევებში ორნაწილაკოვანი მდგომარეობების სტრუქტურა არ არის დამოკიდებული ურთიერთქმედების პოტენციალის კონკრეტულ სახეზე ე.ი. ატარებს უნივერსალურ ხასიათს. ამ უნივერსალური სტრუქტურების აღსაწერად ჩვენ გამოვიყენეთ ჰოლის სისტემების სიმეტრია ე.წ. მაგნიტური წანაცვლებების მიმართ. კერძოდ, ავაგეთ მაგნიტური წანაცვლების ოპერატორი (G) მეორადი დაკვანტვის ფორმალიზმში, რომლის მრავალჯერადი მოქმედებით შესაძლებელი გახდა ზემოაღნიშნული ორნაწილაკოვანი უნივერსალური მდგომარეობების აგება. მკაცრი გამოთვლების მეშვეობით მიღებულია ამ მდგომარეობების ზოგადი ანალიზური გამოსახულება.

მაგნიტური წანაცვლებების მიმართ ჰოლის კვანტური სიტემების სიმეტრია არასოდეს არ ყოფილა გამოყენებული ორნაწილაკოვანი უნივერსალური მდგომარეობების აღსაწერად და არც ამ მდგომარეობთა ზოგადი სახე არ ყოფილა მიღებული. თუმცა, მსგავსი მცდელობები ცნობილია გარკვეული მიახლოებებისა და დაშვებების პირობებში.

ორნაწილაკოვანი უნივერსალური მდგომარეობების ზოგადი გამოსახულების მეშვეობით შემოყვანილია ელექტრონული წყვილების გაჩენისა და გაქრობის ოპერატორების ზოგადი ანალიზური გამოსახულებები და გამოკვლეულია მათი ალგებრული სტრუქტურა, რასაც მივყევართ ე.წ. უსასრულო ორგანოზომილებიან ალგებრებამდე. მოცემულ შემთხვევაში საქმე გვაქვს W-ალგებრების სახელით ცნობილი კონსტრუქციების შემდგომ გაფართოებასთან, რაც სამეცნიერო ლიტერატურაში ჯერჯერობით არ არის შესწავლილი ან თუნდაც აღწერილი.

ყოველივე ზემოთქმული მიღებულია წრიული გეომეტრიის პირობებში. მიმდინარე ეტაპზე ხდება იგივე ამოცანის დამუშავება განსხვავებული გეომეტრიის პირობებში; აქ იგულისხმება მართკუთხა გეომეტრია, ასევე სფერული და ტოროიდალური გეომეტრია.

#### 4) ინტეგრებადი მოდელები (გ. ჯორჯაძე)

**4.1.** აგებული იქნა ფუნქციონალი, რომელიც ლეჟანდრის გარდაქმნით უკავშირდება  $SL(3)$  ტოდას თეორიის S-მატრიცის შესაბამის კანონიკური გარდაქმნის მაწარმოებელ ფუნქციონალს. ეს ანზოგადებს შედეგს, რომელიც ადრე მიღებული იქნა ლიუვილის თეორიისთვის და  $SL(2, R)/U(1)$  შავი ხვრელის მოდლისთვის, და საშუალებას იძლევა  $SL(3)$  ტოდას თეორიის S-მატრიცის გამოსათვლელად განვითარდეს ფუნქციონალური ინტეგრალის მიდგომა, რაცა დრე წარმატებით იქნა გამოყენებული ლიუვილის თეორიისთვის. მნიშვნელოვანი პრობლემა ამ მიმართულებით,  $SL(3)$  ტოდას თეორიასა და  $SL(2, R)/U(1)$  შავი ხვრელის მოდლისთვის რჩება ნულოვანი მოდების გამორიცხვა, რაც ლიუვილის თეორიისთვის ადვილად მოხერხდა.

#### 5) კოლექტიური კოორდინატების მეთოდის გამოყენება ველის თეორიი არაპერტურბატიული ამოხსნების კვლევაში (ა. შურღაია)

**5.1.** გასული კალენდარული წლის განმავლობაში გაგრძელდა კვლევა, რომელიც მიზნად ისახავდა არაბელური ყალიბური ველის სკალარულ ველთან ურთიერთქმედების კვანტური ყოფაქცევის შესწავლას. განხილულია  $SU(2)$  ჯგუფის მიმართ ინვარიანტული თეორია. კვლევის მიზანს შეადგენდა თეორიის კლასიკური განტოლებების სივრცეში ლოკალიზებული ნაწილაკის მაგვარი ამოხსნების, კერძოდ მონოპოლის, კვანტური ყოფაქცევის შესწავლა. აღნიშნულ თეორიას, გარდა ნახსენები სიმეტრიისა, ახასიათებს ინვარიანტობა სამგანზომილებიანი სივრცის ბრუნვათა ჯგუფის  $SO(3)$  მიმართ. სიმეტრიის ეს თვისებები გამოყენებულ იქნა შეშფოთების თეორიის ასაგებად ურთიერთქმედების მუდმივას უკუხარისხებად, რაც შესაძლებელია კოლექტიური კოორდინატების მეთოდის მეშვეობით. კლასიკური განტოლების ამოხსნები დამოკიდებულია აღნიშნული ჯგუფების ცვლადებზე, როგორც პარამეტრებზე. კოლექტიური კოორდინატების მეთოდში ამ

პარამეტრებს ენიჭებათ დინამიური ცვლედების ფუნქცია, რაც ზრდის დამოუკიდებელი ცვლადების რიცხვს. ეს უკანასკნელი მოითხოვს ბმების შემოტანას თეორიაში, რათა შენარჩუნებულ იქნას დამოუკიდებელი დინამიური ცვლადების რაოდენობა. ამ მეთოდის უპირატესობა მდგომარეობს იმაში, რომ ახალი ცვლადების კანონიკურად შეუღლებული იმპულსები განსაზღვრავენ თეორიის შენახვად ფიზიკურ სიდიდეებს ისე, რომ საწყისი ინვარიანტობა და მისგან გამომდინარე შენახვის კანონები ზუსტად არის გათვალისწინებული შემუშავებული შემოთვლის თეორიის ნებისმიერ რიგში. ამავე დროს მიღებულია კვანტური თეორიის ძირითადი მდგომარეობის აგზნებული ენერგეტიკული დონეების გამოსახულება, რომელიც შეესატყვისება სიმეტრიის ჯგუფების ინვარიანტებს და წარმოადგენს დისკრეტული სპექტრს. კვლევის შედეგების საფუძველზე მზადდება სამეცნიერო სტატია.

6) კვანტური სისტემის კომპოზიტური ბუნების შესწავლის ამოცანები (ა.ხვედელიძე)

**6.1.** შემოღებულია მდგომარეობის არაკლასიკურობის მანძილის ინდიკატორი სასრულ განზომილებიან კვანტურ სისტემებში, რომელიც აღწერს მდგომარეობის არაკლასიკურობას „კლასიკური მდგომარეობების“ სიმრავლისგან დაშორებით.

მიღებულია არაკლასიკურობის მანძილის ინდიკატორის წარმოდგენა Wigner-ის ფუნქციის პოზიტიურობის პოლიტომის ტერმინებში.

ჩამოყალიბებულია შედგენილი სისტემის კვანტური მდგომარეობების კვაზიალბათობის განაწილების აგების ზოგადი მეთოდი. განხილულია კვაზიალბათობის განაწილების თვისებები და სპეციფიკური მახასიათებლები, რაც მათ განასხვავებს ელემენტარულ სისტემებთან დაკავშირებული განაწილებისგან.

**6.2.** სასრულ განზომილებიან კვანტურ სისტემებში შემღებულია ცნება არაკლასიკურობის მანძილის ინდიკატორის, რომელიც აღწერს მდგომარეობის არაკლასიკურობას „კლასიკური მდგომარეობების“ სიმრავლისგან მანძილის ფუნქციით.

### 3. შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

3.1.

1) გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. **კლასიკური ამონახსნების ასპექტები ევკლიდურ კვანტურ გრავიტაციაში**, ფიზიკა, მატერიის ფუნდამენტური აგებულების ფიზიკა, FR-21-860, პროექტის დაწყების და დამთავრების წლები: 2022-2025

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. **გ. ლავრელაშვილი** – პროექტის ხელმძღვანელი

*გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)*

1. შევისწავლილია აქსიონური გრავიტაცია სკალარული ველით რომელსაც გააჩნია სიმეტრიული პოტენციალი და აქსიონური გრავიტაცია მასიური დილატონული ველით. ნაპოვნია ახალი ტიპის ვორმჰოლების ამონახსნები, კერძოდ, გიდინგს-სტრომინგერის ამონახსნების განზოგადოება არანულოვანი დილატონური მასით და ვორმჰოლები რომლებიც პასუხისმგებელნი არიან გაფართოვებად ჩვილობრივ სამყაროების დაბადებაზე.

3.2.

1) დასრულებული (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. **არასტანდარტული კოსმოლოგიური მოდელების შეზღუდვა: ფუნდამენტური სიმეტრიები და გრავიტაცია**, (ფიზიკა, კოსმოლოგია), FR 19-8306; პროექტის დაწყების და დამთავრების წლები: 2020 - 2023

2. **ვანბერგის მოდიფიცირებული მიდგომა ბარიონ-ბარიონული ურთიერთქმედების SU(3) სექტორში**, FR17-354; პროექტის დაწყების და დამთავრების წლები: 2020 - 2023

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. გ. ლავრელაშვილი – პროექტის კოორდინატორი,

2. ა. კვინიხიძე – ძირითადი მონაწილე

*დასრულებული კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)*

1. პროექტის ძირითადი შედეგები შეიძლება შეჯამდეს შემდეგნაირად. კვლევის შედეგად აგებულია სამყაროს ადრეული და ამჟამინდელი აჩქარებული გაფართოების გაერთიანებული მოდელი, რომელიც კარგად აღწერს როგორც ინფლაციურ, ასევე პოსტ-ინფლაციური გადაცხელების სტადიას და გვიხნის ბნელი ენერჯის ამჟამინდელი გააქტიურების მიზეზს. მოდელს გააჩნია გამოკვეთილი დაკვირვებადი მახასიათებლები. გარდა ამისა, დეტალურადაა შესწავლილი ადრეული ბნელი ენერჯის კოსმოსურ ნეიტრინულ ფონთან ურთიერთქმედი, ფართოდ ცნობილი, მოდელი, რომლისთვისაც ნაჩვენებია, რომ მოდელი არ მუშაობს გამართულად ნეიტრინოთა მასების სიმცირის გამო. კვლევის კიდევ ერთი მიმართულება უკავშირდება კოსმოლოგიური ფაზური გადასვლების დინამიკის შესწავლას და გამოსხივებული გრავიტაციული ტალღების მახასიათებლების შეფასებას. კვლევის შედეგები საყურადღებო აღმოჩნდა NANOGrav კოლაბორაციისთვის, როგორც სამიზნე შედეგი შემდგომი დაკვირვებებისთვის.

2. ბარიონ-ბარიონული გაბნელების შესაბამისი ექსპერიმენტული მონაცემების სიმწირის გამო თავისუფალი პარამეტრების ფიტირებისას გაზომვებით მიღებულ შედეგებთან ერთად ასევე გამოიყენება კვანტური ქრომოდინამიკის მესერზე დათვლით მიღებული შედეგები. მესერზე დათვლის სპეციფიკური სირთულეების გამო გამოთვლები ხორციელდება კვარკების არაფიზიკური, რიცხობრივად უფრო დიდი, მნიშვნელობებისათვის. შესაბამისად საჭირო ხდება მიღებული შედეგების ექსტრაპოლირება კვარკების მასების ფიზიკურ მნიშვნელობებამდე. ამ ამოცანის გადასაწყვეტად და ასევე მესერზე დათვლებით მიღებული შედეგების თვითშეთანხმებულობის შესამოწმებლად კარგ ინსტრუმენტს წარმოადგენს ე.წ. დაბალენერ-გეტიკული თეორემები, რომლებიც სინამდვილეში სხვა არაფერია, თუ არა კირალური ეფექტური ველის თეორიიდან მიღებული დომინირებადი წვლილები გაბნევის ამპლიტუდების ეფექტური რადიუსის გაშლაში. აქ გადამწყვეტ როლს თამაშობს ის, რომ დაბალ ენერჯებზე გაბნევის ამპლიტუდაში მთავარი წვლილები განპირობებულია ფსევდოსკალარული მეზონების გაცვლით მიღებული პოტენციალებით. მეორეს მხრივ, პოტენციალების მოკლე მანძილებზე ყოფაქცევით განპირობებული წვლილები დაპარამეტრიზებულია კონტაქტური ურთიერთქმედების ზმის კონსტანტებით. ნუკლონ-ნუკლონურ ურთიერთქმედებებთან შედარებით ბარიონ-ბარიონული ურთიერთქმედების უცნაური კვანტური რიცხვის არანულოვანი მნიშვნელობის მატარებელი ბარიონების სექტორის პოტენციალები გამოირჩევა უფრო ხისტი ულტრაიისფერი ყოფაქცევით. შესაბამისად, დაბალენერგეტიკული თეორემების პირდაპირი განზოგადოება იძლევა შედეგს, რომელიც კირალური ექსტრაპოლაციებისათვის გამოუსადეგარია კვარკების მასებზე არაცხადი დამოკიდებულების გამო. ამას კიდევ ერთხელ მივყავართ ეფექტური ველის თეორიების რადენიმე ნაწილაკის სექტორის ყველაზე პრობლემატურ - გადანომრვის პრობლემამდე. პრობლემის გადაწყვეტა ხერხდება უკვე აპრობირებული მეთოდით - ფორმალურად მაღალი კირალური რიგის მქონე წვლილების დაბალ რიგებში გადმოტანის საშუალებით მიიღება გაუმჯობესებული ულტრაიისფერი ყოფაქცევის მქონე ინტეგრალური განტოლებები ერთმეზონიანი გაცვლის პოტენციალებისათვის. ამრიგად კვარკების მასებზე არაცხადი დამოკიდებულება, რომელიც ზემოთ აღნიშნული პრობლემის წყაროს წარმოადგენდა, წაინაცვლებს კირალური თვლის მაღალ რიგებში და შესაბამისად შეიძლება გათვალისწინებულ იქნას თეორიის საშუალებით.

#### 4. უცხოური გრანტებით დაფინანსებული სამეცნიერო პროექტები

4.1.

1) გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი, დამფინანსებელი ორგანიზაცია/სამეცნიერო ფონდი, ქვეყანა; პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. New type of Euclidean wormhole solutions, ფიზიკა, თეორიული ფიზიკა, **Support To Georgia's Researchers' Mobility**, ევროკავშირი, 2023-2023

2) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. **გ. ლავრელაშვილი** – პროექტის ხელმძღვანელი

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2023 წლის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. შესწავლილია ორი თეორია: აქსიონური გრავიტაცია სკალარული ველით რომელსაც გააჩნია სიმეტრიული პოტენციალი და აქსიონური გრავიტაცია მასიური დილატონული ველით. ორივე თეორიაში ნაპოვნია ახალი ვორმჰოლბის ამონახსნები

## 7. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა უცხოეთში

### 7.3. სტატიები

ავტორი/ავტორები; სტატიის სათაური, ციფრული (დიგიტალური) საიდენტიფიკაციო კოდი DOI; ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი ISSN-ის მითითებით; გვერდების რაოდენობა

1. **\*A. Kvinikhidze**, B. Blankleider, Unified triquark equations. *Phys. Rev. D* **108** (2023), no. 5, Paper No. 054016, 12 pp. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.108.054016>
2. **\*A. Kvinikhidze**, B. Blankleider, Unified tetraquark equations. *Phys. Rev. D* **107** (2023), no. 9, Paper No. 094014, 20 pp. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.094014>
3. **\*C. Jonas**, **G. Lavrelashvili**, J. L. Lehnert, Zoo of axionic wormholes. *Phys. Rev. D* **108** (2023), no. 6, Paper No. 066012, 20 pp. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.108.066012>
4. **\*A. Khvedelidze**, Generalizing Stratonovich–Weyl Axioms for Composite Systems. *Phys. Part. Nuclei* **54** (2023), 1025–1028. <https://doi.org/10.1134/S1063779623060175>
5. **\*A. Khvedelidze** and A. Torosyan, On the nonclassicality distance indicator of qudits. Preprint, 2023, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2310.12173>; to appear in *J. Math. Sci.* (2023).

### **ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)**

1. გამოყვანილია სამი კვარკის ბმული მდგომარეობის ამღწერი განტოლებები კვარკის და დიკვარკის ველების საშუალებით. ეს განტოლებები აერთიანებენ ორ ცნობილ მიდგომას, რომელშიც ბარიონები განიხილება როგორც კვარკის და დიკვარკის ბმული მდგომარეობა. ნაჩვენებია, რომ ეს ორი მიდგომა შეესაბამება ჩვენ განტოლებას ორ განსხვავებულ მიახლოებაში.

2. მიღებულია ერთიანი განტოლება რომელიც აღწერს ეგზოტიკურ ოთხი კვარკისგან შემდგარ ნაწილაკებს (ტეტრაკვარკებს) რომელიც შედგენილია რაღაც ალბათობებით ორი მეზონის, დიკვარკ-ანტიდიკვარკის ან ორი თავისუფალი და დანარჩენი ორი კვარკის ბმული მდგომარეობისგან. ეს მიღწეულია ფადეევის მზგავსი ჩვენს მიერ მიღებული ოთხნაწილაკოვანი განტოლებების გამოყენებით. ჩვენს მიერ პირველად იყო გათვალისწინებული ზემოთ ხსენებული სამ-ნაწილაკოვანი წვნილი. შედეგად პრობლემის ჩვენი ფორმულირება აერთიანებს ორ ცნობილ ლიტერატურაში განსხვავებულად აღთქმულ ტეტრაკვარკის ამღწერი მიდგომას.

3. როგორც რამდენიმე ხნის წინ გიდინგსმა და სტრომინგერმა (GS) აღმოაჩინეს, რომ აქსიონს შეუძლია ვორმჰოლის გეომეტრიის მხარდაჭერა უმასო დილატონის თანდასწრებით, სანამ დილატონის ბმა რჩება კრიტიკულ მნიშვნელობაზე ქვემოთ. ჩვენ აღმოვაჩინეთ, რომ როდესაც დილატონი ხდება მასიური, ამონახსნების სიმრავლე საგრძნობლად იზრდება: არა მხოლოდ ამონახსნები არსებობს ბმის კრიტიკულ მნიშვნელობაზე მაღლა, არამედ ჩნდება ამონახსნების ახალი შტოები გეომეტრიაში რამდენიმე მინიმუმით. ყველა ეს განზოგადებული GS-ის მსგავსი ამონახსნები ფლობს შემდეგ თვისებას: ისინი იწვევენ ჩვილობრივი სამყაროების დაბადებას, რომლებიც მინკოვსკის სივცეში ანალიზური გაგრძელებების მერე იკუმშებიან. ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ გარდა ამისა, არსებობს ამონახსნების ოჯახები, რომლებიც, იწვევენ ჩვილობრივი სამყაროების დაბადებას, რომლებიც მინკოვსკის სივცეში ანალიზური გაგრძელებების მერე ფართოვდებიან. აქსიონ-დილატონის ვორმჰოლების ოჯახების საინტერესო თვისება ის არის, რომ მათი ევკლიდური ქმედება ხშირად მცირდება, როდესაც ამონახსნები იძენენ დამატებით ოსცილაციებს ველებში. როდესაც ჩვენ ვცვლით დილატონს ჩვეულებრივი სკალარული ველით სიმეტრიული პოტენციალით, აღმოვაჩინეთ ვორმჰოლების ანალოგიურ ოჯახებს, რომლებიც აჩვენებენ გაფართოვებულ ჩვილობრივ სამყაროებს. ამჯერად ევკლიდეს ქმედებას აქვს მოსალოდნელი ქვევა, რომელიც იზრდება ველებში ოსცილაციების რაოდენობასთან ერთად, თუმცა ის ასევე შეიცავს დამაბნეველ ასპექტს იმით, რომ ზოგიერთ ამონახსნს აქვს უარყოფითი ქმედება.

## 8. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა

### 8.1. საქართველოში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. **გ. ჯორჯაძე**, მოხსენება “კონფორმული და W-სიმეტრია ორ-განზომილებიან ველის თეორიაში”; 17.02.2023, თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია.
2. **გ. ჯორჯაძე**; მოხსენება “S-მატრიცის მაწარმოებელი ფუნქცია ინტეგრებად ველის კვანტურ თეორიებში”; საქალაქო სემინარი მათემატიკურ ფიზიკაში, ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი.

*მოხსენების ანოტაცია (საჭიროა იმ შემთხვევაში, თუ მოხსენება ფორუმის მასალებში ან სხვა გამოცემაში არ გამოქვეყნებულა)*

1. განხილული იქნა ვირასოროს ალგებრის გაფართოება W-ალგებრით, ველის თეორიის ორგანზომილებიანი ინტეგრებადი მოდელებისთვის, და მისი გამოყენება S-მატრიცის ასაგებად.

### 8.2. უცხოეთში

მომხსენებელი/მომხსენებლები; მოხსენების სათაური; ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი

1. **ა. კვინიხიძე**, Unified tetraquark equations, 30 ივლისი - 4 აგვისტო, 2023წ., ქ. მაინცი, გერმანია. გამოქვეყნებულია Physical Review, D107 (2023) 9, 094014\*-ში.
2. **ა. კვინიხიძე**, «ტეტრაქვარკების თანამედროვე კვარიანტული განტოლებები», საერთაშორისო ვორკშოპი მაღალი ენერგიების ფიზიკაში «კვარკებიდან გალაკტიკებებამდე: ბნელი მხარეების გარკვევა», 28/11-1/12, 2023, პროტვინო, რუსეთი.
3. **გ. ლავრელაშვილი**; აქსიონური ვორმჰოლდების ზოოპარკი, 15.08.2023, პოტსდამი, გერმანია.
4. **გ. ლავრელაშვილი**; ახალი აქსიონური ვორმჰოლდები, 2.10.2023, ერევანი, სომხეთი.
5. **ა. ხვედელიძე**, On quasiprobability distributions for composite quantum systems, 10th International Conference “Distributed Computing and Grid Technologies in Science and Education” (GRID'2023), 3–7 July 2023, Dubna, <https://indico.jinr.ru/event/3505/timetable/#all.detailed>.
6. **ა. ხვედელიძე**, Describing classicality of states of a finite-dimensional quantum system via Wigner function positivity (with A. Torosyan), Polynomial computer algebra- 2023, 17-22 April, 2023, St. Petersburg, <https://pcapdmi.ru/2023/program>.
7. **გ. ჯორჯაძე**; The S-matrix of Integrable სესტემს (S-მატრიცა ინტეგრებადი სისტემებისთვის). სემინარი მაქს-პლანკის გრავიტაციული ფიზიკის ინსტიტუტში. პოტსდამი, გერმანია (6 დეკემბერი).

*მოხსენების ანოტაცია (საჭიროა იმ შემთხვევაში, თუ მოხსენება ფორუმის მასალებში ან სხვა გამოცემაში არ გამოქვეყნებულა)*

5. განხილული იქნა S-მატრიცის გამოთვლის ახალი სქემა ნაწილაკის დინამიკისთვის გარე ველში. ნაჩვენებია იქნა თუ როგორ შეიძლება განზოგადდეს ეს სქემა ველის კვანტური თეორიის ინტეგრებადი მოდელებისთვის.

## დამატებითი ინფორმაცია

განყოფილების თანამშრომლების მიერ მიღებულია შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ორი გრანტი ფუნდამენტური კვლევებისთვის.

1. **ა. კვინიხიძე**, FR-23-856 "რენორმალიზაციის ჯგუფი, ყალიბრული ინვარიანტობა და დენები ველის ეფექტურ თეორიაში".
2. **გ. ჯორჯაძე**, პროექტი “S-მატრიცის მაგენერირებელი ფუნქციონალი ინტეგრებად ველის კვანტურ თეორიებში”.

### სამეცნიერო ვიზიტები

#### გ. ლავრელაშვილი

- Jan 1 - Apr 11, 2023, Max Planck Institute for Gravitational Physics, Potsdam, Germany

- Aug 6 - 22, 2023, Max Planck Institute for Gravitational Physics, Potsdam, Germany

- Sept 10-18, 2023, Max Planck Institute for Gravitational Physics, Potsdam, Germany
- Dec 10 - 31, 2023, Max Planck Institute for Gravitational Physics, Potsdam, Germany
- 2.10.2023, ერევანი, სომხეთი (ახალი აქსიონური ვორმპოლები)

#### **ა. ხვედელიძე**

- On quasiprobability distributions for composite quantum systems, 10th International Conference “Distributed Computing and Grid Technologies in Science and Education” (GRID'2023), 3–7 July 2023, Dubna, <https://indico.jinr.ru/event/3505/timetable/#all.detailed>
- Describing classicality of states of a finite-dimensional quantum system via Wigner function positivity (with A. Torosyan), Polynomial computer algebra- 2023, 17-22 April, 2023, St. Petersburg, <https://pca-pdmi.ru/2023/program>

#### **გ. ჯორჯაძე**

02.03.2023-24.03.2023 და 28.11.2023-12.12.2023 პერიოდებში, მივლინებული იქნა მაქს პლანკის გრავიტაციული ფიზიკის ინსტიტუტში (პოტსდამი, გერმანია) ერთობლივი კვლევითი სამუშაოების ჩასატარებლად.



გამოქვეყნებული და გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები

2023 წელს გამოქვეყნებული ნაშრომები

(\*-ით აღნიშნულია იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში გამოყვეყნებული ნაშრომები)

მონოგრაფია/წიგნი/სახელმძღვანელო

1. ა. ხარაზიშვილი; მათემატიკის საფუძვლების ზოგიერთი საკითხი. თბილისი, გამომცემლობა „უნივერსალი“, 2023, 258 გვ.

სტატიები

1. \*Sh. Akhalaia, **M. Ashordia**, M. Talakhadze, On the well-posedness of nonlocal boundary value problems for a class of systems of linear generalized differential equations with singularities, *Georgian Math. J.* **30** (2023), no. 1, 1-18.
2. \*B. Anjaparidze, **M. Ashordia**, M. Kublashvili, On the numerical solvability of the initial problem with weight for ordinary linear differential systems with singularities, *Georgian Math. J.* **30** (2023), no. 5, 639-657.
3. B. Anjaparidze, **M. Ashordia**, N. Tophuridze, The opial type necessary and sufficient conditions for the convergence of difference schemes for the initial problem for linear systems of ordinary differential equations, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 331-347.
4. \***M. Ashordia**, On existence of bounded solutions on real axis  $R$  of linear systems of generalized ordinary differential equations. *Miskolc Math. Notes* **24** (2023), no. 1, 63-79.
5. **M. Ashordia**, On existence of bounded solutions on nonnegative real semiaxis of linear systems of generalized ordinary differential equations. *Reports of Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics* **49** (2023).
6. **M. Ashordia**, On the criterion of well-posedness of the modified Cauchy problem for singular systems of linear ordinary differential equations. *Reports of QUALITDE* **2** (2023), 3-9.
7. \***M. Bakuradze**, Polynomial generators of  $msu^{*}[1/2]$  related to classifying maps of certain formal group laws. *Homology, Homotopy and Applications* **25** (2023), no. 2, 15 pp.
8. **M. Bakuradze**, Special issue on Mathematics in the Wonder of the World PAMUKKALE, proceedings of the International Conference on Mathematics and Mathematics Education ICMME 2022, September 22-24, 2022 in Denizli, Turkey. Lead Editor: Malkhaz Bakuradze, Guest Editor: Amiran Gogatishvili, Abdulhamit Kucukaslan, <https://tcms.org.ge/Journals/ASETMJ/publications/supplement-issue-4-vol-16-2023/>
9. \***M. Bakuradze**, A. Gamkrelidze, On classifying map of the integral Krichever–Hoehn formal group law, *Georgian Math. J.* **30** (2023), no. 1, 47-51.
10. \*R. Bastos, R. de Oliveira, **G. Donadze**, N. R. Rocco,  $q$ -tensor and exterior centers, related degrees and capability. *Appl. Categ. Structures* **31** (2023), no. 1, Paper No. 2, 16 pp.
11. M. Beriashvili, M. Khachidze and **A. Kirtadze**, Absolutely negligible sets and their algebraic sums, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*, **177** (2023), no. 1, 131-133.
12. T. Bibilashvili, **S. Kharibegashvili**, Darboux type problem for a class of fourth-order nonlinear hyperbolic equations. *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.* **89** (2023), 39-59.
13. \*V. Bovdi, **B. Mesabliashvili**, Descent Cohomology and Factorizations of Groups. *Algebr. Represent. Theory* **26** (2023), no. 5, 1693-1712.
14. \*B. Chikvinidze, **M. Mania**, R. Tevzadze, Functional equations for the stochastic exponential. *Stoch. Dyn.* **23** (2023), no. 6, Paper No. 2350041. DOI:10.1142/s0219493723500417
15. B. Chikvinidze, **M. Mania**, A Generalization of the von Bertalanffy growth Model using the BSDE Approach. In: *Materials of the conference: Application of random processes and mathematical statistics in financial economics and social sciences VIII*, Georgian-American University, November 2023, pp. 30-41.
16. \***G. Chkadua**, D. Natroshvili, Mathematical problems of dynamical interaction of fluids and multiferroic solids. *Appl. Anal.* **102** (2023), no. 18, 5224-5250. <https://doi.org/10.1080/00036811.2023.2171874>
17. **O. Chkadua**, A. Toloraia, Mixed type boundary-transmission problems with interior cracks of the thermo-piezo-electricity theory without energy dissipation. *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.* **89** (2023), 79-98.

18. **O. Chkadua**, A. Ediberidze, Localized boundary-domain integral equations approach for Dirichlet pseudo-oscillation problem of the couple-stress elasticity, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 367-389.
19. V. Ciancia, **D. Gabelaia**, D. Latella, M. Massink, E. P. de Vink, On Bisimilarity for Polyhedral Models and SLCS, In: Huisman, M., Ravara, A. (eds.) *Formal Techniques for Distributed Objects, Components, and Systems*. FORTE 2023. Lecture Notes in Computer Science, vol. 13910. Springer, Cham, 2023; [https://doi.org/10.1007/978-3-031-35355-0\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-031-35355-0_9).
20. \***T. Datuashvili**, T. Şahan, Actions and semi-direct products in categories of groups with action. *Hacet. J. Math. Stat.* **52** (2023), no. 1, 103-113.
21. \***T. Datuashvili**, T. Şahan, Pentactions and action representability in the category of reduced groups with action, *Georgian Math. J.* **30** (2023), no. 2, 195-209.
22. **G. Donadze**, T. Van der Linden, Schur- and Baer-type theorems for Lie and Leibniz algebras. *Bull. Belg. Math. Soc. Simon Stevin* **30** (2023), no. 3, 386-398.
23. \***R. Duduchava**, Convolution equations on the Lie group  $G = (-1,1)$ , *Georgian Math. J.* **30** (2023), no. 5, 683-702. <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2035>
24. D. E. Edmunds, D. Makharadze, **A. Meskhi**, Embeddings and regularity of potentials in grand variable exponent function spaces, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **177** (2023), no. 2, 309-314.
25. **D. Gabelaia**, **M. Jibladze**, "Explaining" the Ardeshir-Ruitenburg operator, *Language, Logic, Computation*, **VII** (2023), 87-93; [https://www.researchgate.net/profile/Mamuka\\_Jibladze/publication/376032030\\_EXPLAINING\\_THE\\_ARDESHIR-RUITENBURG\\_OPERATOR/links/65676f4c3fa26f66f439b5fd/EXPLAINING-THE-ARDESHIR-RUITENBURG-OPERATOR.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Mamuka_Jibladze/publication/376032030_EXPLAINING_THE_ARDESHIR-RUITENBURG_OPERATOR/links/65676f4c3fa26f66f439b5fd/EXPLAINING-THE-ARDESHIR-RUITENBURG-OPERATOR.pdf)
26. \***R. Gachechiladze**, **A. Gachechiladze**, Boundary contact problems with regard to friction of couple-stress viscoelasticity for inhomogeneous anisotropic bodies (quasi-static cases), *Georgian Math. J.* **30** (2023), no. 6, 855-871.
27. \*L. Grafakos, **A. Meskhi**, On sharp Olsen's and trace inequalities for multilinear fractional integrals. *Potential Anal.* **59** (2023), no. 3, 1039-1050.
28. \***G. Imerlishvili**, **A. Meskhi**, Weighted inequalities for one-sided multilinear fractional integrals. *Positivity* **27** (2023), no. 1, Paper No. 1, 21 pp. <https://doi.org/10.1007/s11117-022-00954-6>
29. **G. Imerlishvili**, **A. Meskhi**, M. A. Ragusa, One-sided potentials in weighted central Morrey spaces, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*, **177** (2023), no. 3, 497-501.
30. **N. Inassaridze**, M. Khazaradze, **E. Khmaladze**, **B. Mesabliashvili**, On one-way ring homomorphisms, *J. Math. Sci.* **275** (2023), 728-734.
31. \***H. Inassaridze**, Equivariant algebraic  $\mathbb{K}$ -functors for  $\Gamma$ -rings. *Eur. J. Math.* **9** (2023), no. 4, 115.
32. \***O. Jokhadze**, On the von Karman's equation in the nonlinear theory of gas dynamics. *Miskolc Math. Notes* **24** (2023), no. 1, 197-208.
33. **O. Jokhadze**, **S. Kharibegashvili**, On the solvability of a periodic problem in an infinite stripe for second order hyperbolic equations. *Reports of QUALITDE* **2** (2023), 77-79.
34. \***O. M. Jokhadze**, **S. S. Kharibegashvili**, **N. N. Shavlakadze**, A mixed problem for a class of second-order nonlinear hyperbolic systems with Dirichlet and Poincaré boundary conditions. (Russian) *Mat. Zametki* **114** (2023), no. 5, 702-720. <https://doi.org/10.4213/mzm13738>
35. \*C. Jonas, **G. Lavrelashvili**, J. L. Lehnert, Zoo of axionic wormholes. *Phys. Rev. D* **108** (2023), no. 6, Paper No. 066012, 20 pp. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.108.066012>
36. **T. Kadeishvili**,  $A_\infty$ -Algebra structure in cohomology and its applications, in: *Summer School/Conference "Algebra, Topology and Analysis:  $C^*$  and  $A_\infty$ -algebras"*, Lecture Notes, Ivane Javakishvili Tbilisi State University, 2023, 16-60; [https://www.tsu.ge/assets/media/files/48/konferenciebi/Algebra\\_Topology\\_and\\_Analysis.pdf](https://www.tsu.ge/assets/media/files/48/konferenciebi/Algebra_Topology_and_Analysis.pdf).
37. **T. Kadeishvili**,  $A_\infty$ -algebra structure in the cohomology and cohomologies of a free loop space. *J. Math. Sci.* **275** (2023), no. 6, 735-743. DOI 10.1007/s10958-023-06715-4
38. **G. Kapanadze**, **L. Gogolauri**, On one problem of the plane theory of viscoelasticity for a circular plate with polygonal hole, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 407-411.
39. **D. Kapanadze**, **E. Pesetskaya**, Exterior diffraction problems for a triangular lattice. *Math. Mech. Solids* **28** (2023), no. 12, 2596-2609. DOI: 10.1177/10812865231171111
40. **D. Kapanadze**, **E. Pesetskaya**, Half-plane diffraction problems on a triangular lattice. *J. Engrg. Math.* **138** (2023), Paper No. 5, 15 pp. DOI: 10.1007/s10665-022-10252-5
41. \***A. Kharazishvili**, Non-measurable products of absolutely negligible sets in uncountable solvable groups, *Georgian Math. J.*, **30** (2023), No 3, 397-402. <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2007>
42. **A. Kharazishvili**, On some version of random variables, *Trans. A. Razmadze math. Inst.*, **177** (2023), no. 1, 143-146.

43. **A. Kharazishvili**, On pi-weights and extensions of invariant measures, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 2, 315-317.
44. **S. Kharibegashvili**, Antiperiodic problem for one class of nonlinear partial differential equations. *Reports of QUALITDE 2* (2023), 87-90.
45. **S. Kharibegashvili**, B. Midodashvili, The boundary value problem for one class of higher-order semilinear partial differential equations. *Proc. Inst. Math. Mech. Natl. Acad. Sci. Azerb.* **49** (2023), no. 1, 154-171.
46. \***A. Khvedelidze**, Generalizing Stratonovich–Weyl Axioms for Composite Systems. *Phys. Part. Nuclei* **54** (2023), 1025-1028. <https://doi.org/10.1134/S1063779623060175>
47. **I. Kiguradze**, Blow-up solutions of the Cauchy problem for nonlinear delay ordinary differential equations. *Reports of QUALITDE 2* (2023), 91-95.
48. **I. Kiguradze**, **N. Partsvania**, rapidly growing and blow-up solutions to higher order nonlinear delay ordinary differential equations. *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.* **90** (2023), 39-54.
49. **A. Kirtadze**, On some properties of uniform distribution sequences, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 501-504.
50. \***V. Kokilashvili**, **A. Meskhi**, Rubio de Francia's weighted extrapolation in mixed-norm spaces and applications. *Math. Nachr.* **296** (2023), no. 9, 3929-3947.
51. \***V. Kokilashvili**, **A. Meskhi**, Boundedness of operators of harmonic analysis in grand variable exponent Morrey spaces. *Mediterr. J. Math.* **20** (2023), no. 2, Paper No. 71, 25 pp. <https://doi.org/10.1007/s00009-023-02267-8>
52. \***V. Kokilashvili**, **A. Meskhi**, A Complete characterization of the generalized multilinear Sobolev inequality in grand product Lebesgue spaces defined on non-homogeneous spaces, *Results Math.* **78** (2023), no. 5, Paper No. 181, 17 pp. DOI : 10.1007/s00025-023-01959-7.
53. **S. Kukudzhyanov**, Dynamical thermostability of orthotropic shells of revolution with an elastic filler, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 413-422.
54. \***A. Kvinikhidze**, B. Blankleider, Unified triquark equations. *Phys. Rev. D* **108** (2023), no. 5, Paper No. 054016, 12 pp. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.108.054016>
55. \***A. Kvinikhidze**, B. Blankleider, Unified tetraquark equations. *Phys. Rev. D* **107** (2023), no. 9, Paper No. 094014, 20 pp. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.094014>
56. \***V. Lomadze**, Differential equations defined by (convergent) Laurent series. *J. Algebra Appl.* **22** (2023), no. 4, Paper No. 2350087, 14 pp.
57. \***M. Mania**, R. Tevzadze, Martingale transformations of Brownian motion with application to functional equations. *Stochastics* **95** (2023), no. 3, 377-395, [doi.org/10.1080/17442508.2022.2084341](https://doi.org/10.1080/17442508.2022.2084341)
58. **A. Meskhi**, Boundedness weighted criteria for multilinear Riemann-Liouville integral operators, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **177** (2023), no. 1, 147-148.
59. **A. Meskhi**, Two-weight criteria for multiple fractional integrals in mixed-normed Lebesgue spaces, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*, **177** (2023), no. 3, 505-507.
60. **A. Meskhi**, **T. Tsanava**, On some spaces with mixed norms, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **177** (2023), no. 2, 319-326.
61. **A. Meskhi**, H. Rafeiro, **T. Tsanava**, Duality and interpolation for weighted grand Morrey spaces, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **177** (2023), no. 1, 149-155.
62. R. Mnatsakanov, **O. Purtukhia**, *Approximations for Estimating Some Options Using the Inverse of the Laplace Transform. Modern Optimization Methods for Decision Making Under Risk and Uncertainty* (Edited by A. A. Gaivoronski, P. S. Knopov, V. A. Zaslavskiy), ISBN 9781032196411, DOI: 10.1201/9781003260196, CRC Press (Taylor & Francis Group, LLC), (2023), Chapter VII, pp. 132-153, <https://www.routledge.com/Modern-Optimization-Methods-for-Decision-Making-Under-Risk-and-Uncertainty/Gaivoronski-S-Knopov-A-Zaslavskiy/p/book/9781032196411>, 22 pp.
63. **G. Nadareishvili**, Approximations of Kasparov Categories of C\*-Algebras, in: in: *Summer School/Conference “Algebra, Topology and Analysis: C\* and A<sub>∞</sub>-algebras”*, Lecture Notes, Ivane Javakhishvili Tbilisi State University, 2023, 16-60; [https://www.tsu.ge/assets/media/files/48/konferenciebi/Algebra\\_Topology\\_and\\_Analysis.pdf](https://www.tsu.ge/assets/media/files/48/konferenciebi/Algebra_Topology_and_Analysis.pdf)
64. \***E. Namgalauri**, **O. Purtukhia**, On the stochastic integral representation of Brownian functionals, *Georgian Math. J.* **30** (2023), no. 3, 417-424; <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2001>
65. **N. Partsvania**, Rapidly growing solutions to two-dimensional nonlinear differential systems. *Reports of QUALITDE 2* (2023), 154-158.
66. **A. Patchkoria**, On derived functors of semimodule-valued functors II. *Bull. Georgian Natl. Acad. Sci. (N.S.)* **17** (2023), no. 2, 7--14.

67. \*M. Pirashvili, **T. Pirashvili**, Symmetric cohomology of groups and Poincaré duality. *J. Algebra* 614 (2023), 177-198.
68. **T. Pirashvili**, **G. Donadze**, On low dimensional cohomology of crossed modules with nontrivial coefficients. *Advanced Studies: Euro-Tbilisi Math. J.* **16** (2023), no. 4, 143-173. <https://tcms.org.ge/Journals/ASETMJ/publications/volume-16-no-4-2023/>
69. **O. Purtukhia**, V. Jaoshvili, V. Jokhadze, Nonlinear filtering problem and martingale representation. *Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Inst. Appl. Math.* **37** (2023), 19-22; [https://www.viam.science.tsu.ge/enl\\_ses/vol36/vol37.htm](https://www.viam.science.tsu.ge/enl_ses/vol36/vol37.htm)
70. **O. Purtukhia**, V. Jokhadze, E. Namgalauri, Martingale representation and the problem of nonlinear filtration. In: *Proceeding of the Conference PCI 2023*, 2nd volume; Baku, Publishing House of Institute of Cybernetics, National Academy of Sciences of Azerbaijan; 4 pp.
71. **O. Purtukhia**, V. Jokhadze, AI Model Risk for Financial Institutions: Opportunities and Challenges. In: *Proceeding of 13th International IEEE Conference Dependable Systems, Services and Technologies*; Athens, Greece, 2023, 4 pp. <https://easychair.org/conferences/?conf=dessert2023>
72. **O. Purtukhia**, Z. Zerakidze, Consistent estimators of parameters of statistical structures, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 1, 105-109. <https://rmi.tsu.ge/transactions/TRMI-volumes/177-1/177-1.htm>
73. **O. Purtukhia**, Z. Zerakidze, Constructive Integral Representation of Non-smooth Brownian Functional. In: *Proceedings of the 21th International Conference "Information Technologies and Mathematical Modeling" (ITMM-2022) named after A. F. Terpugov*. Tomsk State University Publishing, Tomsk, 2023, pp. 337-342.
74. **O. Purtukhia**, Z. Zerakidze, Consistent Hypothesis Testing Criteria in the Banach Space of Measures for Haar Statistical Structures. *Bulletin of TICMI* **27** (2023), no. 2, 51-57; <https://www.emis.de/journals/TICMI/>
75. **L. Shapakidze**, Effect of Prandtl numbers on the transitions of diverging and converging heat-conducting flows in an annulus, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 509-515.
76. \***N. Shavlakadze**, Some effective solutions for Prandtl's type integro-differential equation. *Math. Methods Appl. Sci.* **46** (2023), no. 12, 12946-12959. <https://doi.org/10.1002/mma.9224>
77. **N. Shavlakadze**, B. Pachulia, Dynamical contact problems for a viscoelastic half-space with an elastic inclusion, *Trans. A. Razmadze math. Inst.* **177** (2023), no. 3, 463-469.
78. \***N. Shavlakadze**, N. Odishelidze, F. Criado-Aldeanueva, The adhesive contact problem for a piecewise-homogeneous orthotropic plate with an elastic patch. *Math. Mech. Solids* **28** (2023), no. 8, 1798-1808. <https://doi.org/10.1177/10812865221138514>
79. **Sh. Tetunashvili**, T. Tetunashvili, A Rademacher series convergent to each real-valued function continuous over  $(0, 1)$  on certain dense subsets of  $(0, 1)$ , *Trans. A. Razmadze math. Inst.*, **177** (2023), no. 2, 327-329.
80. **T. Toronjadze**, Stochastic Volatility Model with Small Randomness. Construction of CULANbEstimators. In: *Materials of the conference: Application of random processes and mathematical statistics in financial economics and social sciences VIII*, Georgian-American University, November 2023, pp. 42-52.

## 2023 წელს "online" გამოქვეყნებული სტატიები

1. \***A. Al-Rawashdeh**, **B. Mesabliashvili**, On Amitsur cohomology of monads. *J. Algebra Appl.* (2023), 52 გვ., Doi: 10.1142/S0219498825500537
2. \***J. M. Casas**, **E. Khmaladze**, M. Ladra, Notes on Leibniz n-algebras, *Journal of Geometry and Physics* **195**, January 2024, 105035, <https://doi.org/10.1016/j.geomphys.2023.105035>
3. \***G. Chkadua**, E. Shargorodsky, asymptotic analysis of fundamental solutions of hypoelliptic operator, *Georgian Math. J.*, Published online October 28, 2023, <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2072>
4. **L. Ephremidze**, G. Mishuris, I. Spitkovsky, On exact spectral factorization of rational matrix functions with applications to paraunitary filter banks, <https://arxiv.org/abs/2312.03518>
5. \***D. Gabelaia**, **E. Kuznetsov**, R. C. Mihailescu, K. Razmadze, **L. Uridia**, Temporal logic of surjective bounded morphisms between finite linear processes, *Journal of Applied Non-Classical Logics*, Published online: 27 Oct 2023, 30 pp. <https://doi.org/10.1080/11663081.2023.2269432>
6. **T. Kadeishvili**, Ainfinitly-algebra Structure in Cohomology and its Applications." *arXiv preprint arXiv:2307.10300* (2023). Submitted on 18 Jul 2023, 65pp. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2307.10300>
7. \***A. Kharazishvili**, Quasi-invariant measures on topological groups and  $\omega$ -powers. *Georgian Math. J.*, Published online October 4, 2023, <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2073>



8. \*E. Khmaladze, M. Ladra, q-crossed modules and q-capability of Lie algebras, *J. Algebra Appl.*, <https://doi.org/10.1142/S0219498825501233>
9. A. Khvedelidze, A. Torosyan, On the nonclassicality distance indicator of qudits. Preprint, 2023, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2310.12173>; to appear in *J. Math. Sci.* (2023).
10. \*A. Meskhi, Extrapolation in new weighted grand Morrey spaces beyond the Muckenhoupt classes, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2023, <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2023.127181> (*J. Math. Anal. Appl.* **529** (2024), no. 2, Paper No. 127181, 18 pp.)
11. G. Samsonadze, D. Zangurashvili, Descent in the dual category of ternary rings, 10 გვ. <https://arxiv.org/pdf/2308.04747.pdf>
12. D. Zangurashvili, The structure theorem for left modules over left hereditary left perfect right coherent rings, 16 გვ. <https://arxiv.org/pdf/2302.11202.pdf>

## 2023 წელს გამოსაქვეყნებლად მიღებული სტატიები

1. T. Buchukuri, Pseudo-Oscillation Equation of Heat Transfer in Thin Plates. *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.* (accepted)
2. O. Chkadua, A. Toloraia, Mixed type transmission dynamical problems with interior cracks of the thermo-piezoelectricity theory without energy dissipation. *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.* (accepted)
3. \*O. Dzagnidze, I. Tsivtsivadze, Schwarz gradients and differentiability for functions of two variables, *Real Analysis Exchange* **49** (1), 2023, 19 pp. (accepted)
4. R. Duduchava, Laplace-Beltrami equation on Lipschitz hypersurfaces in the generic Bessel potential spaces. “*Research Perspectives Ghent Analysis and PDE Center*”, Trends in Mathematics Series, Birkhäuser/Springer, 2023, 6 pp. (accepted)
5. R. Duduchava, M. Tsaava, M. Tutberidze, Mixed boundary value problems for the Helmholtz equation in a model 2D double angular domain. “*Research Perspectives Ghent Analysis and PDE Center*”, Trends in Mathematics Series, Birkhäuser/Springer, 2023, 8 pp. (accepted)
6. T. Buchukuri, R. Duduchava, G. Tephnadze, M. Tsaava,  $\Gamma$ -convergence for the bi-Laplace-Beltrami equation on hypersurfaces. “*Research Perspectives Ghent Analysis and PDE Center*”, Trends in Mathematics Series, Birkhäuser/Springer, 2023, 8 pp. (accepted)
7. L. Ephremidze, I. Spitkovsky, Random generator of orthogonal matrices in finite fields, *Future of Information and Communications Conference*, (accepted)
8. \*E. Gordadze, A. Meskhi, M. A. Ragusa, On some extrapolation in generalized grand Morrey spaces and applications to PDEs, *Electronic Research Archive* (accepted).
9. \*O. Jokhadze, S. Kharibegashvili, The solution some problems in quadratures for the string vibration equation in a half-strip. *Differentsial'nye Uravneniya* (accepted).
10. \*A. Kharazishvili, Almost measurable functions on probability spaces. *Georgian Math. J.* (accepted)
11. \*V. Lomadze, Degeneration phenomenon in linear ordinary differential equations. *Georgian Math. J.* (accepted)
12. O. Purtukhia, V. Berikashvili, E. Namgalauri, V. Jokhadze, On martingale representations of non-smooth Brownian functionals. *Journal of Mathematical Sciences* (accepted)

## 2023 წელს გამოსაქვეყნებლად გადაცემული სტატიები

1. \*S. Adam-Day, N. Bezhanishvili, D. Gabelaia, V. Marra, The Intermediate Logic of Convex Polyhedra, <https://arxiv.org/abs/2307.16600>, *Annals of Pure and Applied Logic* (submitted), 31 pp.
2. B. Anjaparidze, M. Ashordia, N. Tophuridze, The necessary and sufficient conditions for the convergence of difference schemes for the initial problem for linear systems of generalized ordinary differential equations. *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.* (submitted)
3. \*M. Ashordia, On the necessary and sufficient conditions for well-posedness of the Cauchy problem with weight for systems of linear generalized ordinary differential equations with singularities. *Georgian Math. J.* (submitted)
4. \*Kh. M. Casas, E. Khmaladze, M. Ladra, Wells type exact sequence and crossed extensions of algebras with bracket, *Forum Mathematicum* (submitted) <https://arxiv.org/abs/2307.15636>

5. **T. Datuashvili**, O. Mucuk, N. Alemdar, T. Hasan, From csc-crossed modules to categorical groups, 25 pages
6. **A. Elashvili, M. Jibladze**, G. Khimshiashvili, Remarks on invertible binomial singularities, *Bull. Georgian Natl. Acad. Sci.* (submitted), 10 pp.
7. **\*O. Dzagnidze**, Representations of summable functions of two variables by iterated, double and associated Fourier series. *Georgian Math. J.* (submitted)
8. **\*D. Kapanadze, E. Pesetskaya**, Wave propagation on hexagonal lattices. *Georgian Math. J.* (submitted)
9. **\*S. S. Kharibegashvili**, B. G. Midodashvili, On the solvability of a boundary value problem for one class of nonlinear systems of high-order partial differential equations. *Math. Sb.* (submitted for publication).
10. **\*A. Meskhi**, D. E. Edmunds, On the weighted Rellich-Sobolev and Hardy-Sobolev inequalities in variable exponent Lebesgue spaces. *Georgian Math. J.* (submitted)
11. **\*O. Purtukhia**, Z. Zerakidze, Consistent criteria Extreme points and consistent criteria for hypothesis testing: Extreme points and consistent criteria. *Ukrainian Mathematical Journal* (submitted)
12. **\*D. Zangurashvili**, The binary products of algebras with genetic realization. *Georgian Math. J.* (submitted)

საგრანტო პროექტები, რომლებიც 2023 წელს მუშავდებოდა ინსტიტუტში, ან ინსტიტუტის თანამშრომელთა მონაწილეობით

(i) შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტები

- წილადური ინტეგრალური ოპერატორები ცენტრალურ მორის სივრცეებში. მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: მათემატიკური ანალიზი; შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი PHDF-22-6359, 20.10.2022 – 19.04.2023.
- ზღანტი დრეკადი დინამიკისა და არაწრფივი რხევის ზოგიერთი საკონტაქტო და სასაზღვრო ამოცანა, საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი 1.1. მათემატიკა, FR-21-7307, 2022-2025.
- მოძრავი მანიფოლდები. მიმართულება: 1. ზუსტი მეცნიერებები და ინჟინერია. ქვე-მიმართულება: 1.3. კონდენსირებულ გარემოთა ფიზიკა. კატეგორია: 1.3.16 ბიოლოგიური სისტემების ფიზიკა, FR-21-2844; IV.2022-IV.2025.
- ფუნქციათა სივრცეები და ინტეგრალური ოპერატორები ლოკალურად კომპაქტურ აბელის ჯგუფებზე, 1. საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი 1.1. მათემატიკა. FR-19-676; 09 მარტი, 2020 - 09 მარტი, 2023.
- მეტამასალები ბზარებით და ტალღის დიფრაქციის ამოცანები (მათემატიკა, გამოყენებითი მათემატიკა), FR-21-301; 2022-2024.
- პოტენციალთა მეთოდის გამოყენება შერეული და ბზარის ტიპის დინამიკის ამოცანებში ერთგვაროვანი, არაერთგვაროვანი და კომპოზიტური დრეკადი სტრუქტურებისათვის, 1. საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი 1.1. მათემატიკა. SRNSF – FR-23-267, 15 დეკემბერი 2023 წ. - 15 დეკემბერი 2026 წ.
- ალგებრული გეომეტრია ჯგუფებზე, 1.1.1 წმინდა მათემატიკა, FR-21-4713, 2022-2024.
- სტაბილური სტრუქტურები ჰომოლოგიურ ალგებრაში; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: ჰომოლოგიური ალგებრა, კატეგორიათა თეორია; FR-18-10849; 27.02.2019-25.02.2023.
- ჰომოლოგიური ალგებრა და ჯვარედინა მოდელების ახალი ინვარიანტები; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: ჰომოლოგიური ალგებრა; FR 22-199; 25/02/2023-25/02/2026.
- კატეგორიული მიდგომა განზოგადებული ბიალგებრების, ჰოფის ალგებროიდების და მათთან დაკავშირებული სტრუქტურებისადმი; დაწვეა და ტერმების გადაწერა. მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: კატეგორიული ალგებრა; FR 22-4923; 25/02/2023-25/02/2026.
- სტაბილური სტრუქტურები ჰომოლოგიურ ალგებრაში, დარგი - მათემატიკა, მიმართულება - ალგებრა, FR-18-10849, 2019-2023.
- კლასიკური ამონახსნების ასპექტები ევკლიდურ კვანტურ გრავიტაციაში, ფიზიკა, მატერიის ფუნდამენტური აგებულების ფიზიკა, FR-21-860, 2022-2025.
- არასტანდარტული კოსმოლოგიური მოდელების შეზღუდვა: ფუნდამენტური სიმეტრიები და გრავიტაცია, (ფიზიკა, კოსმოლოგია), FR 19-8306; 2020 – 2023.
- ვაინბერგის მოდიფიცირებული მიდგომა ბარიონ-ბარიონული ურთიერთქმედების SU(3) სექტორში, FR17-354; 2020 – 2023.



- მოდელების შემოწმება პოლიედრული ლოგიკისთვის; დარგი - მათემატიკა, მიმართულება - მათემატიკური ლოგიკა; CNR-22-010; 2022-2024.
- მოდალური და ინტუციონისტური ლოგიკის პოლიედრული სემანტიკა; დარგი - მათემატიკა, მიმართულება - მათემატიკური ლოგიკა; CNR-22-010; 2022-2024.
- ასოციაციურ და ლის ალგებრათა დეფორმაციები, გამოყენებები განსაკუთრებულობათა თეორიაში და ფიზიკაში. მიმართულება: 1. საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი, ქვე-მიმართულება: 1.1 მათემატიკა, კატეგორია: 1.1.1 წმინდა მათემატიკა; STEM-22-604, 2022-2023.
- მათემატიკური მოდელები მოლეკულურ ბიოლოგიასა და გენეტიკაში; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა, ბიოლოგია; სამეცნიერო მიმართულება: ალგებრა, დიფერენციალური განტოლებები, მოლეკულური ბიოლოგია, გენეტიკა; STEM 22-1601; 23/12/2022-22/12/2024.
- ფაზური განცალკევება ბიოლოგიაში. ბიოლოგია, STEM-22-365; 2023 წ.- 2024 წ.
- სტიქიით დაზარალებულ ზონებში სატრანსპორტო მარშრუტების დაგეგმვის ფაზი-ალბათური მოდელი, STEM-22-226; 22.12.2022--22.12.2024.
- მრავალპორტიანი ტალღამტარი შესახსრების კომპიუტერული პროექტირება ადამიანის ნერვული ცენტრის ანალოგიით. ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებები. STEM-22-1210. 22.12.2022-22.12.2024.
- შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მეცნიერების პოპულარიზაცი-სათვის მიზნობრივი საგრანტო კონკურსის პროექტი „მათემატიკის საოცარი სამყარო“ SPG-22-855; 01.10.2022 წ.- 03.06 2023 წ.
- საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIII ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენცია, მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: მათემატიკური ანალიზი; შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი „მობილობა და საერთაშორისო სამეცნიერო ღონისძიებები (II ლოტი) 2023“, პროექტის ნომერი MG-ISE-2023; 01.08.2023-31.12.2023.
- თბილისის ანალიზისა და კერძოწარმოებულნიან დიფერენციალური განტოლებების ვორკშოფი, შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი „მობილობა და საერთაშორისო სამეცნიერო ღონისძიებები“; MG-ISE-23-1899, 30.08.2023 წ.- 30.09 2023 წ.

## (ii) უცხოური ფონდების გრანტები

- Pseudodifferential equations on Lie groups and applications, ევროკავშირის გრანტი "ქართველ მეცნიერთა მობილობა", გრანტზე მუშაობის ადგილი: გენტის უნივერსიტეტი, ბელგია, 18.04.2023-16.07.2023.
- New type of Euclidean wormhole solutions, ფიზიკა, თეორიული ფიზიკა, ევროკავშირის გრანტი "ქართველ მეცნიერთა მობილობა", 2023.
- Homology, homotopy and categorical invariants in groups and nonassociative algebras; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: ჰომოლოგიური ალგებრა; პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი: PID2020-115155GB-I00; დამფინანსებელი ორგანიზაცია/სამეცნიერო ფონდი, ქვეყანა: ესპანეთის კვლევების სახელმწიფო სააგენტო (Agencia Estatal de Investigación de Espana); 01/09/2021-31/12/2024.
- XIII Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union, IMU-Conference Support Program, Grant for Developing Countries, September 4-9, 2023. მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: მათემატიკური ანალიზი.

**ინსტიტუტის საგამომცემლო საქმიანობა**

**„საქართველოს მათემატიკური ჟურნალი“ („Georgian Mathematical Journal“)**

2023 წელს გამოვიდა 30-ე ტომის 6 ნომერი (965 გვერდის მოცულობით). ტომი 80 სტატიათა შეიცავს. აქედან, 10 სტატია ქართველი ავტორებისაა (თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი, სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, საქართველოს უნივერსიტეტი, სტუ ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი), 3 – ერთობლივი ქართველი და უცხოელი ავტორების (თურქეთი, აზერბაიჯანი, აშშ), 67 – უცხოელი ავტორების (აზერბაიჯანი, ალჟირი, არგენტინა, აშშ, ბულგარეთი, ესპანეთი, ვიეტნამი, თურქეთი, ინდოეთი, ირანი, მალაიზია, მაროკო, მექსიკა, პოლონეთი, რუმინეთი, სამხრეთ კორეა, საუდის არაბეთი, საფრანგეთი, სერბეთი, ტუნისი, უკრაინა, უნგრეთი, ყაზახეთი, ჩეხეთი, ჩინეთი).

**ჟურნალი “ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომები”  
 (“Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute”)**

2023 წელს გამოქვეყნდა ჟურნალის 177-ე ტომის 3 ნომერი 515 გვერდის მოცულობით. ტომის მე-2 და მე-3 ნომრები მიეძღვნა აკადემიკოს ვახტანგ კოკილაშვილის დაბადებიდან 85 წლისთავს.

ტომში გამოქვეყნდა 39 დიდი მოცულობის სტატია და 19 მოკლე შეტყობინება. 16 სტატია შეასრულეს ქართველმა ავტორებმა, 23 – უცხოელმა ავტორებმა (აზერბაიჯანი, აშშ, გაერთიანებული სამეფო, თურქეთი, იაპონია, ინდოეთი, ირანი, ისრაელი, იტალია, კოლომბია, მექსიკა, რუსეთი, სერბია, ყაზახეთი, ჩეხეთი); 14 მოკლე შეტყობინება ქართველი ავტორებისაა, 3 ერთობლივია უცხოელ ავტორებთან (იტალია, არაბეთის გაერთიანებული საემიროები), ხოლო 2 უცხოელი ავტორებისაა (პორტუგალია, არაბეთის გაერთიანებული საემიროები).

**ჟურნალი “მემუარები დიფერენციალურ განტოლებებსა და მათემატიკურ ფიზიკაში”  
 (“Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics”)**

2023 წელს გამოქვეყნდა ჟურნალის სამი ტომი: 88-ე – 159 გვერდის მოცულობით, 89-ე – 164 გვერდის მოცულობით, 90-ე – 131 გვერდის მოცულობით.

88-ე ტომში გამოქვეყნდა 7 სტატია (1 – ქართველი ავტორის, 4 – ალჟირელი ავტორების, 1 – ტუნისელი ავტორის, 1 – ავტორების აშშ-დან).

89-ე ტომში გამოქვეყნდა 10 სტატია (2 – ქართველი ავტორების, 5 – ალჟირელი ავტორების, 1 – ირანელი ავტორების, 1 – სამხრეთ კორეელი ავტორების, 1 – საერთო ჩინელი ავტორების და ავტორის აშშ-დან).

90-ე ტომი მიეძღვნა პროფესორ ტ. კუსანოს დაბადებიდან 90 წლისთავს და მასში გამოქვეყნდა 9 სტატია (1 – ქართველის ავტორების, 5 – იაპონელი ავტორების, 1 – სლოვაკი ავტორის, 1 – საერთო ავტორების აშშ-დან, საუდის არაბეთიდან და ლიბიიდან, 1 – საერთო ბელარუსი და გერმანელი ავტორების).